

2024 北京海淀初三一模

数 学

2024.04

学校_____ 姓名_____ 准考证号_____

考 生 须 知	1.本试卷共 7 页，共两部分，28 道题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。 2.在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号。 3.试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4.在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色自己签字笔作答。 5.考试结束，请将本试卷、答案卡和草稿纸一并交回。
------------------	---

第一部分 选择题

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

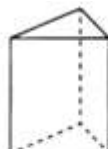
1.下列几何体放置在水平面上，其中俯视图是圆的几何体为



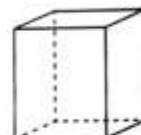
(A)



(B)



(C)



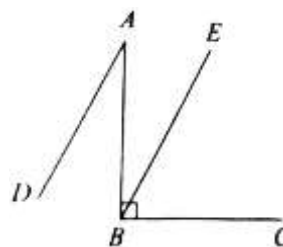
(D)

2.据报道，2024 年春节假期北京接待游客约 1750 万人次，旅游收入同比增长近四成.将 17 500 000 用科学记数法表示应为

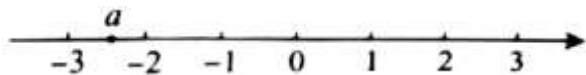
- (A) 175×10^5 (B) 1.75×10^6 (C) 1.75×10^7 (D) 0.175×10^8

3.如图， $AB \perp BC$ ， $AD \parallel BE$ ，若 $\angle BAD = 28^\circ$ ，则 $\angle CBE$ 的大小为

- (A) 66° (B) 64°
(C) 62° (D) 60°



4.实数 a 在数轴上的对应点的位置如图所示，下列结论中正确的是



- (A) $a \geq -2$ (B) $a < -3$ (C) $-a > 2$ (D) $-a \geq 3$

5.每一个外角都是 40° 的正多边形是

- (A) 正四边形 (B) 正六边形 (C) 正七边形 (D) 正九边形

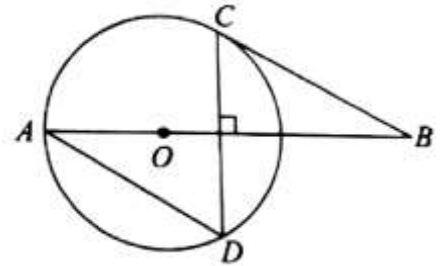
6.若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x + m = 0$ 有两个相等的实数根，则实数 m 的值为

- (A) 1 (B) -1 (C) 4 (D) -4

7.现有三张背面完全一样的扑克牌，它们的正面花色分别为 \spadesuit ， \heartsuit ， \heartsuit ，若将这三张扑克牌背面朝上，洗匀后从中随机抽取两张，则抽取的两张牌花色相同的概率为

- (A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$

8.如图,AB 经过圆心 O, CD 是 $\odot O$ 的一条弦, $CD \perp AB$, BC 是 $\odot O$ 的切线.再从条件①, 条件②, 条件③中选择一个作为已知, 使得 $AD=BC$.



条件①: CD 平分 AB

条件②: $OB = \sqrt{3} OA$

条件③: $AD^2 = AO \cdot AB$

则所有可以添加的条件序号是

- (A) ① (B) ①③ (C) ②③ (D) ①②③

第二部分 非选择题

二、填空题(共 16 分, 每题 2 分)

9.若代数式 $\sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义, 则实数 x 的取值范围是_____.

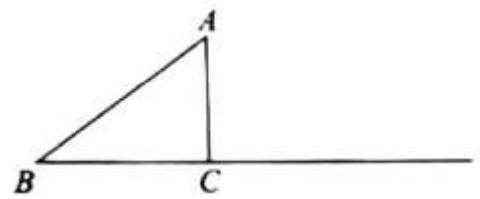
10.分解因式: $a^3 - 4a =$ _____.

11.方程 $\frac{1}{x} = \frac{2}{3x-1}$ 的解为_____.

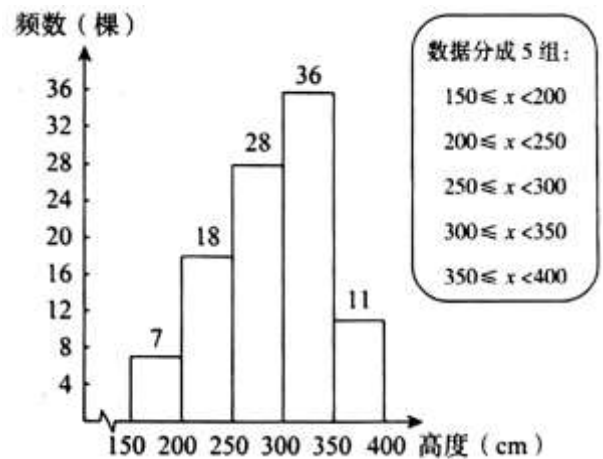
12.在平面直角坐标系 xOy 中,若函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过点

$A(a, 2)$ 和 $B(b, -2)$.则 $a+b$ 的值为_____.

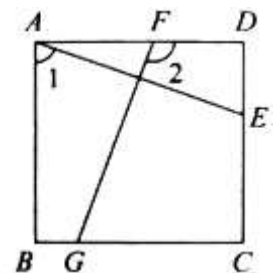
13.如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = 5, AC = 3$.点 D 在射线 BC 上运动(不与点 B 重合).当 BD 的长为_____时, $AB = AD$.



14.某实验基地为全面掌握“无絮杨”树苗的生长规律, 定期对 2000 棵该品种树苗进行抽测.近期从中随机抽测了 100 棵树苗, 获得了它们的高度 x (单位: cm).数据经过整理后绘制的频数分布直方图如右图所示.若高度不低于 300cm 的树苗为长势良好, 则估计此时该基地培育的 2000 棵“无絮杨”树苗中长势良好的有_____棵.



15.如图,在正方形 ABCD 中.点 E, F, G 分别在边 CD, AD, BC 上, $FD < CG$.若 $FG = AE$, $\angle 1 = a$, 则 $\angle 2$ 的度数为_____ (用含 a 的式子表示).



16.2019 年 11 月, 联合国教科文组织将每年的 3 月 14 日定为“国际数学日”, 也被许多人称为“ π 节”.某校今年“ π 节”策划了五个活动, 规则见下图:

 “π节”活动规则

- 活动前每人先发放一枚“π币”
- 每参与一个活动消耗一枚“π币”
- 没有“π币”不能参与活动
- 每个活动至多参与一次
- 挑战成功，按右表发放奖励
- 挑战失败，谢谢参与

活动名称	奖励的“π币”数量/枚
24点	2
数独	2
华容道	3
魔方	3
鲁班锁	4

小云参与了所有活动.

(1) 若小云只挑战成功一个, 则挑战成功的活动名称为_____;

(2) 若小云共挑战成功两个, 且她参与的第四个活动成功, 则小云最终剩下的“π币”数量的所有可能取值为_____.

三、解答题 (共 68 分, 第 17-19 题, 每题 5 分, 第 20-21 题, 每题 6 分, 第 22-23 题, 每题 5 分, 第 24 题 6 分, 第 25 题 5 分, 第 26 题 6 分, 第 27-28 题, 每题 7 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算: $2\sin 60^\circ + |-1| + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - \sqrt{12}$

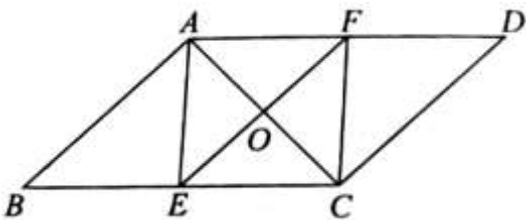
18. 解不等式组:
$$\begin{cases} 4x - 3 < 5, \\ \frac{2x + 1}{3} > 2 - x. \end{cases}$$

19. 已知 $b^2 - 4a = 0$, 求代数式 $\frac{4a + 1}{(b - 1)^2 + 2b}$ 的值.

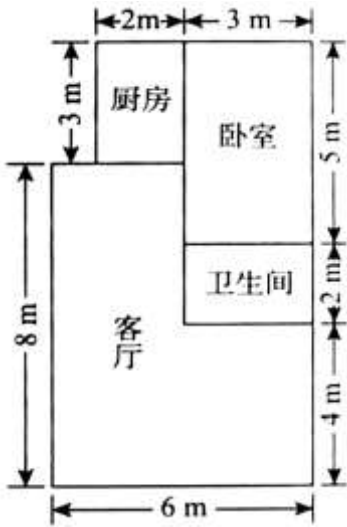
20. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, O 为 AC 的中点, 点 E, F 分别在 BC, AD 上, EF 经过点 $O, AE = AF$.

(1) 求证: 四边形 $AECF$ 为菱形;

(2) 若 E 为 BC 的中点, $AE = 3, AC = 4$. 求 AB 的长.



21. 下图是某房屋的平面示意图. 房主准备将客厅和卧室地面铺设木地板, 厨房和卫生间地面铺设瓷砖. 将房间地面全部铺设完预计需要花费 10 000 元, 其中包含安装费 1270 元. 若每平方米木地板的价格之比是 5:3, 求每平方米木地板和瓷砖的价格.



22.在平面直角坐标系 xOy 中, 函数 $y=kx+b(k \neq 0)$ 的图象经过点 $A(1, 2)$ 和 $B(0, 1)$.

(1)求该函数的解析式;

(2)当 $x < 1$ 时.对于 x 的每一个值, 函数 $y=mx-1(m \neq 0)$ 的值小于函数 $y=kx+b(k \neq 0)$ 的值, 直接写出 m 的取值范围.

23.商品成本影响售价, 为避免因成本波动导致售价剧烈波动, 需要控制售价的涨跌幅.下面给出了商品售价和成本(单位: 元)的相关公式和部分信息:

a.计算商品售价和成本涨跌幅的公式分别为:

$$\text{售价涨跌幅} = \frac{\text{当周售价} - \text{前周售价}}{\text{前周售价}} \times 100\%, \quad \text{成本涨跌幅} = \frac{\text{当周成本} - \text{前周成本}}{\text{前周成本}} \times 100\%;$$

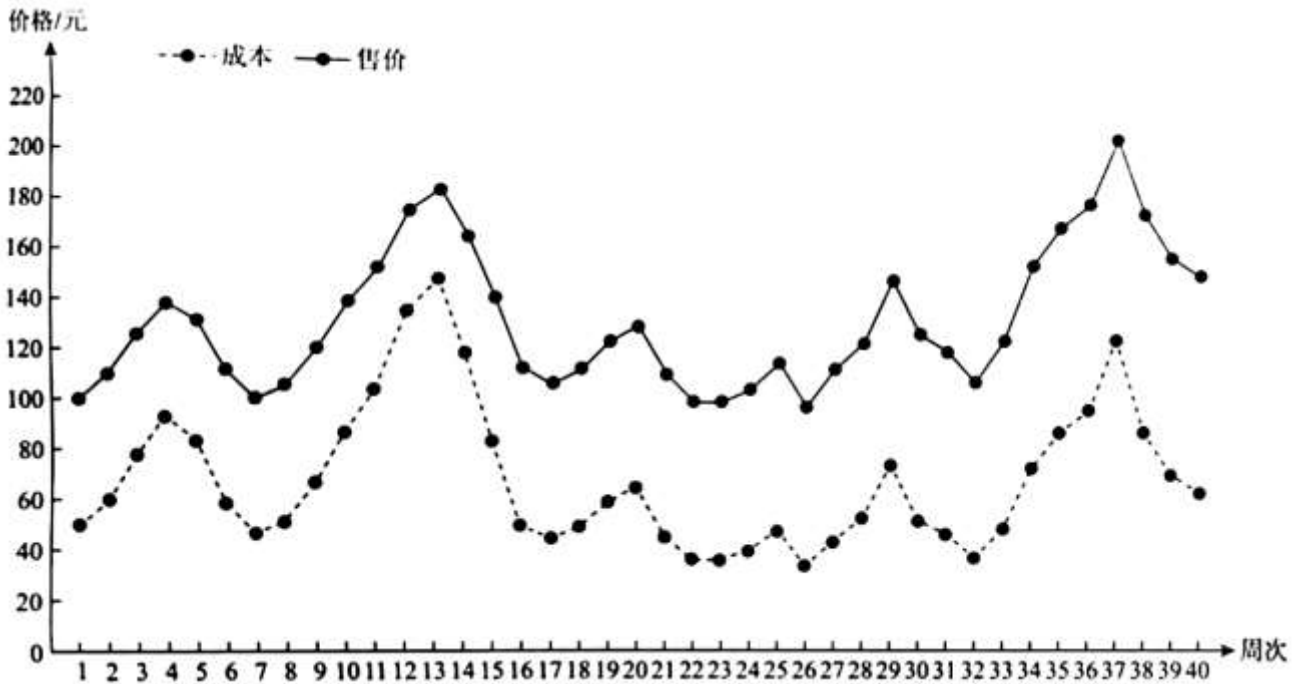
b.规定当周售价涨跌幅为当周成本涨跌幅的一半;

c.甲、乙两种商品成本与售价信息如下:

甲商品的成本与售价信息表

	第一周	第二周	第三周	第四周	第五周
成本	25	50	25	40	20
售价	40	m	45	n	p

乙商品的成本与售价统计图



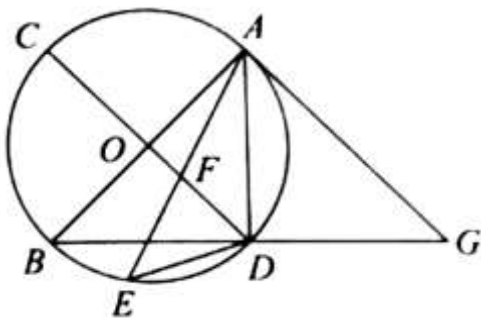
根据以上信息，回答下列问题：

- (1) 甲商品这五周成本的平均数为_____，中位数为_____；
- (2) 表中 m 的值为_____，从第三周到第五周，甲商品第_____周的售价最高；
- (3) 记乙商品这 40 周售价的方差为 S_1^2 ，若将规定“当周售价涨跌幅为当周成本涨跌幅的一半”更改为“当周售价涨跌幅为当周成本涨跌幅的四分之一”，重新计算每周售价，记这 40 周新售价的方差为 S_2^2 ，则 S_1^2 _____ S_2^2 ；（填“>”“=”或“<”）。

24. 如图， AB 、 CD 均为 $\odot O$ 的直径，点 E 在 \widehat{BD} 上，连接 AE ，交 CD 于点 F ，连 DE ， $\angle EDB + \angle EAD = 45^\circ$ ，点 G 在 BD 的延长线上， $AB = AG$ 。

(1) 求证： AG 与 $\odot O$ 相切；

(2) 若 $BG = 4\sqrt{5}$ ， $\tan \angle EDB = \frac{1}{3}$ ，求 EF 的长。



25. 某校为培养学生的阅读习惯，发起“阅读悦听”活动，现有两种打卡奖励方式：

方式一：每天打卡可领取 60min 听书时长；

方式二：第一天打卡可领取 5min 听书时长，之后每天打卡领取的听书时长是前一天的 2 倍。

(1) 根据上述两种打卡奖励方式补全表二：

表一 每天领取听书时长

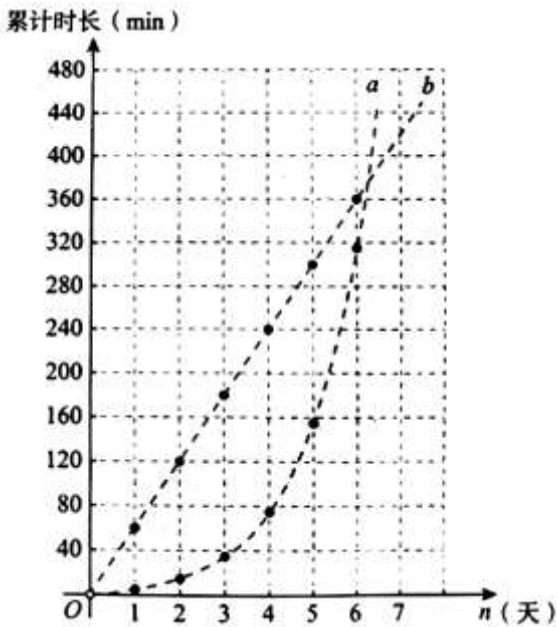
天数	1	2	3	4	...	n
方式一	60	60	60	60	...	60
方式二	5	5×2	5×4	5×8	...	$5 \times 2^{n-1}$

表二 累计领取听书时长

天数	1	2	3	4	...	n
方式一	60	120	180	240	...	
方式二	$5 \times 2 - 5$	$5 \times 4 - 5$	$5 \times 8 - 5$	$5 \times 16 - 5$...	

(2) 根据表二, 以天数 n 为横坐标, 以该天累计领取的听书时长为纵坐标, 绘制了相应的点, 并用虚线表达了变化趋势. 其中表示方式二变化趋势的虚线是_____ (填 a 或 b), 从第_____天完成打卡时开始, 选择方式二累计领取的听书时长超过方式一;

(3) 现有一本时长不超过 60min 的有声读物, 小云希望通过打卡领取该有声读物. 若选择方式二比选择方式一所需的打卡天数多两天, 则这本有声读物的时长 t (单位: min) 的取值范围是_____.



26. 在平面坐标系 xOy 中, 点 (m, n) 在抛物线 $y = ax^2 + bx (a > 0)$ 上, 其中 $m \neq 0$.

(1) 当 $m=4, n=0$ 时. 求抛物线的对称轴;

(2) 已知当 $0 < m < 4$ 时, 总有 $n < 0$.

① 求证: $4a + b \leq 0$;

② 点 $P(k, y_1), Q(3k, y_2)$ 在该抛物线上, 是否存在 a, b , 使得当 $1 < k < 2$ 时, 都有 $y_1 < y_2$? 若存在, 求出 a 与 b 之间的数量关系; 若不存任, 说明理由.

27. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ, \angle ABC = 30^\circ$, 将线段 AC 绕点 A 顺时针旋转 $\alpha (0^\circ < \alpha \leq 60^\circ)$ 得到线段 AD . 点 D 关于直线 BC 的对称点为 E . 连接 AE, DE .

(1) 如图 1, 当 $\alpha = 60^\circ$ 时, 用等式表示线段 AE 与 BD 的数量关系, 并证明;

(2) 连接 BD , 依题意补全图 2. 若 $AE = BD$, 求 α 的大小.

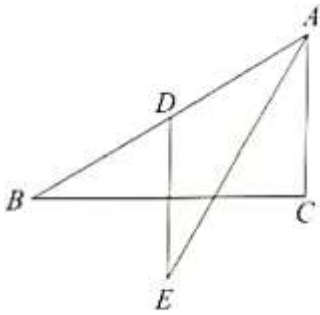


图1

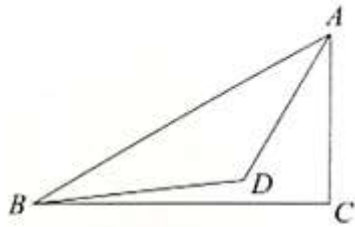


图2

28.在平面直角坐标系 xOy 中, 对于图形 M 与图形 N 给出如下定义: P 为图形 N 上任意一点, 将图形 M 绕点 P 顺时针旋转 90° 得到 M' , 将所有 M' 组成的图形记作 M' , 称 M' 是图形 M 关于图形 N 的“关联图形”.

(1)已知 $A(-2, 0)$, $B(2, 0)$, $C(2, t)$, 其中 $t \neq 0$.

①若 $t=1$,请在图中画出点 A 关于线段 BC 的“关联图形”;

②若点 A 关于线段 BC 的“关联图形”与坐标轴有公共点,直接写出 t 的取值范围;

(2)对于平面上一条长度为 a 的线段和一个半径为 r 的圆, 点 S 在线段关于圆的“关联图形”上, 记点 S 的纵坐标的最大值和最小值的差为 d , 当这条线段和圆的位置变化时, 直接写出 d 的取值范围(用含 a 和 r 的式子表示).

