

6. 读一读, 填一填。

数学中有很多看似简单, 但证明起来却非常困难的问题。“考拉兹猜想”就是其中之一。这个猜想说的是: 任何一个大于0的自然数, 如果它是奇数, 就乘3再加上1; 如果它是偶数, 就除以2, 按照这个规则不断地运算下去, 最后总会得到1, 并无法跳出 $4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ 这个循环。

例如, 5 的变换过程是: $5 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$;

42 的变换过程是: $42 \rightarrow 21 \rightarrow 64 \rightarrow 32 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ 。

(1) 根据“考拉兹猜想”的内容, “ $5 \rightarrow 16$ ”的变换过程用算式表示是 $(5 \times 3 + 1 = 16)$

“ $42 \rightarrow 21$ ”的变换过程用算式表示是 $(42 \div 2 = 21)$

(2) 在 42 的变换过程中, 变成最大的数是 64, 那么在 11 的变换过程中, 变成最大的数是 (52) 。

我是这样想的:

$11 \rightarrow 34 \rightarrow 17 \rightarrow 52 \rightarrow 26 \rightarrow 13 \rightarrow 40 \rightarrow 20 \rightarrow 10$
 $\rightarrow 5 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$

三、脱式计算 (能简算的可以简算)。(共 18 分)

$$\begin{aligned} 1. \quad & \frac{4}{9} + \frac{1}{7} + \frac{5}{9} + \frac{4}{7} \\ &= \frac{4}{9} + \frac{5}{9} + \frac{1}{7} + \frac{4}{7} \\ &= \frac{5}{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. \quad & \frac{3}{5} + \frac{1}{6} - \frac{8}{15} \\ &= \frac{18}{30} + \frac{5}{30} - \frac{16}{30} \\ &= \frac{7}{30} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5. \quad & 1 - \frac{7}{12} + \frac{3}{8} \\ &= \frac{5}{12} + \frac{3}{8} \\ &= \frac{10}{24} + \frac{9}{24} \\ &= \frac{19}{24} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad & \frac{1}{4} + \frac{3}{10} + \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{10} \\ &= \frac{3}{4} + \frac{3}{10} \\ &= \frac{15}{20} + \frac{6}{20} \\ &= \frac{21}{20} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. \quad & \frac{13}{9} - \frac{5}{11} - \frac{6}{11} \\ &= \frac{13}{9} - (\frac{5}{11} + \frac{6}{11}) \\ &= \frac{13}{9} - 1 \\ &= \frac{4}{9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6. \quad & \frac{23}{28} - (\frac{1}{4} + \frac{2}{7}) \\ &= \frac{23}{28} - (\frac{7}{28} + \frac{8}{28}) \\ &= \frac{23}{28} - \frac{15}{28} \\ &= \frac{8}{28} \\ &= \frac{2}{7} \end{aligned}$$

四、按要求做。(共 9 分)

1. 画一画, 填一填。

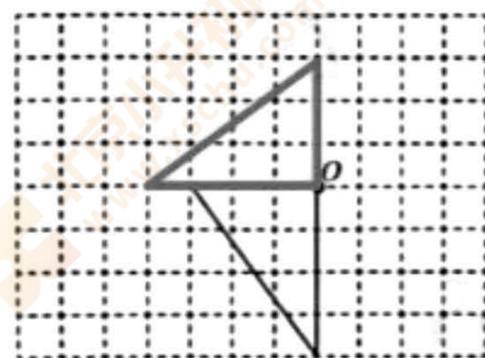


图 1

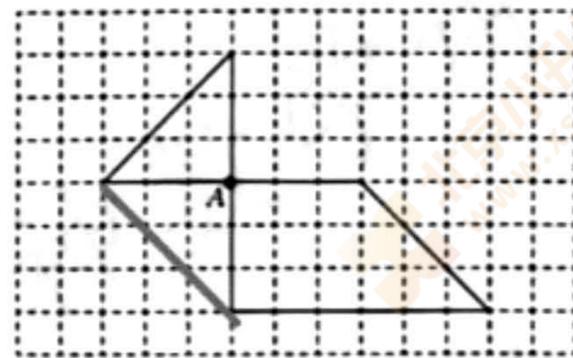


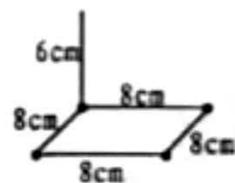
图 2

(1) 在图 1 的方格纸上画出三角形绕点 O 顺时针旋转 90° 后的图形。

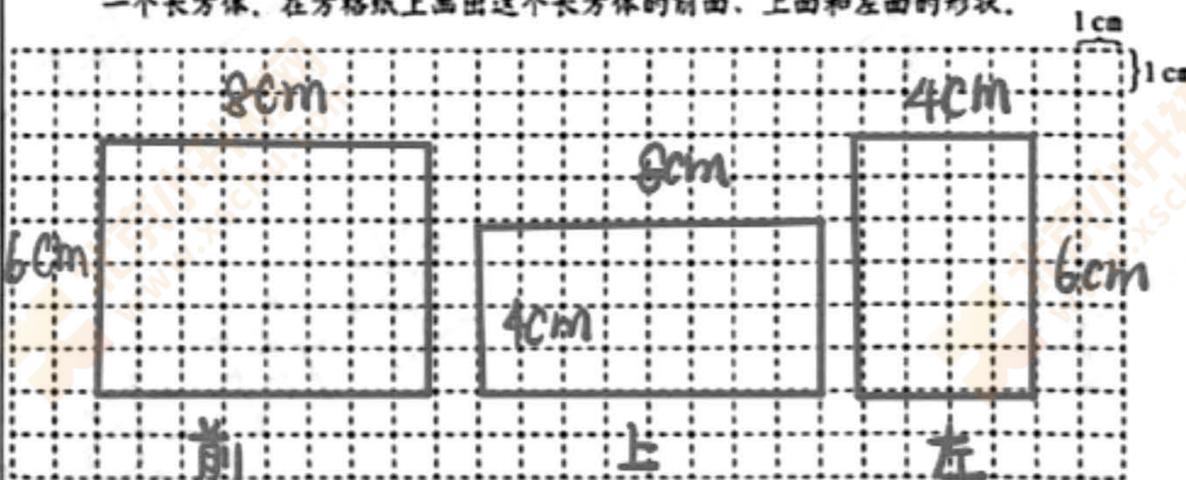
(2) 图 2 中有一个三角形和一个梯形, 将三角形绕点 A 按 (逆) 时针方向旋转 (90) $^\circ$ 后, 就能和梯形拼成一个平行四边形。

2. 王红和李明用橡皮泥和细木条搭建长方体框架, 每人都有长度为 8cm、6cm、4cm 的细木条各 4 根。(搭建时不能破坏细木条。)

(1) 右图是王红还未完成的作品, 如果她用手中的剩余细木条在不破坏这个作品的基础上继续搭建, (不能) 搭建成长方体框架。(括号里填“能”或“不能”。)



(2) 李明用自己手中的细木条搭建成一个长方体框架, 然后在它的表面贴上纸板, 做成一个长方体, 在方格纸上画出这个长方体的前面、上面和左面的形状。



五、解决问题。(共 31 分)

1. 海龟每分钟可游 $\frac{7}{15}$ km, 乌贼每分钟可游 $\frac{9}{10}$ km, 乌贼每分钟游的比海龟快多少千米?

$$\frac{9}{10} - \frac{7}{15} = \frac{27}{30} - \frac{14}{30} = \frac{13}{30} \text{ (km)}$$

2. 2023年9月23日,第19届亚运会在杭州开幕,开幕式时长约100分钟,其中“仪式环节”约65分钟。“仪式环节”约占开幕式时长的几分之几?

$$65 \div 100 = \frac{65}{100} = \frac{13}{20}$$

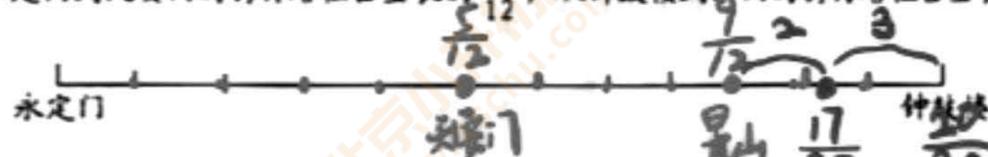
3. 张华用“排水法”测量1颗玻璃球的体积,下面是他的测量记录。

- ①选择一个正方体容器,从里面量,棱长是10cm。
②往这个容器中倒入一些水,测得水面的高度是7cm。
③把12颗完全相同的玻璃球轻轻地放入容器中,所有玻璃球都被水完全浸没。
④再次测得水面的高度是8.5cm。

根据上面的测量记录,计算出1颗玻璃球的体积是多少立方厘米?

$$(10 \times 10 \times 8.5 - 10 \times 10 \times 7) \div 12 = 12.5 (\text{cm}^3)$$

4. 北京中轴线南起永定门,北至钟鼓楼,是世界上现存最长、最完整的古代城市轴线。王叔叔要沿中轴线骑行,他查询到一条骑行路线,下图表示的是这条路线的全长。在这条路线上,从永定门到天安门的路程占全长的 $\frac{5}{12}$,从钟鼓楼到景山的路程占全长的 $\frac{1}{4}$ 。



- (1) 在上图中用“•”标出天安门和景山的位置,并注明“天安门”和“景山”。
(2) 王叔叔从永定门出发,沿着路线骑行了全程的 $\frac{3}{5}$,休息片刻后,又继续向钟鼓楼方向骑行了全程的 $\frac{1}{4}$,这时,王叔叔离4个地点中的哪一个最近?把你的结论和解决问题的过程写在下面。

结论:王叔叔离(景山)最近。(括号里填“永定门”“天安门”“景山”或“钟鼓楼”。)

解决问题的过程:

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{4} = \frac{17}{20}$$

$$\frac{17}{20} - \frac{3}{4} = \frac{2}{20}$$

$$1 - \frac{17}{20} = \frac{3}{20}$$

$$\frac{2}{20} < \frac{3}{20}$$

5. 一个长方体纸箱,它的上面和下面都是由两个完全一样的长方形纸板拼成的,如图1。

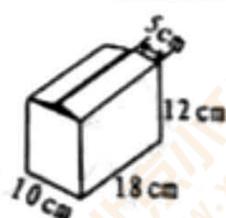


图1

- (1) 沿粘合处把纸箱拆开后,除了粘合处,其余部分恰好形成一个长方形。这个长方形比纸箱的表面多出A、B、C、D四个相同的面,如图2。请把相关数据填写在图2的括号里。

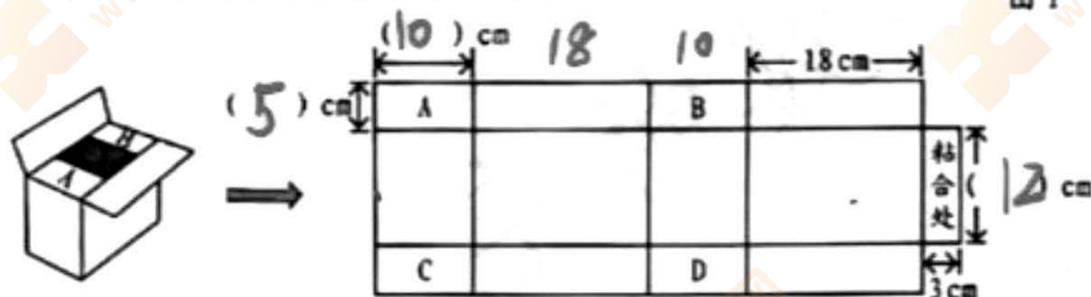


图2

- (2) 算上粘合处,制作这个纸箱需要多少平方厘米的纸板?

$$\text{长: } 10 + 18 + 10 + 18 = 56 (\text{米})$$

$$\text{宽: } 12 + 2 \times 5 = 22 (\text{米})$$

$$56 \times 22 = 1232 (\text{平方米})$$

$$\text{粘合处: } 3 \times 12 = 36 (\text{平方米})$$

$$\text{一共 } 1232 + 36 = 1268 (\text{cm}^2)$$

6. PM2.5(细颗粒物)是造成雾霾天气的主要原因,空气中PM2.5的浓度越高,表示污染越严重。下面是2013—2023年A市甲、乙两区PM2.5年平均浓度统计图。

PM2.5年平均浓度
(微克/立方米)

— (甲)区
— (乙)区



2013年A市PM2.5年平均浓度南部和北部差异显著,呈现“南高北低”的状态。甲区位于A市南部,乙区位于A市北部。



- (1) 根据以上信息,将折线统计图的图例补充完整。
(2) 2017年甲区PM2.5年平均浓度比2016年下降了(26)微克/立方米。甲、乙两区PM2.5年平均浓度相差最少的是(2020)年。
(3) 2013—2023年A市甲、乙两区PM2.5年平均浓度是怎样变化的?请结合统计图中的数据说明。

2013—2023年A市甲、乙两区PM2.5年平均

浓度逐年下降