绝密★本科目考试启用前

2026年普通高等学校招生全国统一考试（北京卷）

数　学

姓名：_____　　准考证号：_____

本试卷共6页，150分。考试时长120分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分（选择题　共40分）

一、选择题：共10小题，每小题4分，共40分。在每小题给出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

（1）已知集合 $M=\{x|-1<x<3\}$，$N=\{x|x\geq 2\}$，则 $M\cup N=$（　）

（A）$(2,3)$　　（B）$(-1,+\infty)$

（C）$[2,3)$　　（D）$(-1,2]$

（2）已知 $z_1=3-2i$，$z_2=-1+4i$，则 $|z_1+z_2|=$（　）

（A）$2\sqrt{2}$　　（B）i

（C）2　　（D）8

（3）已知双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{4}=1(a>0)$ 的渐近线方程为 $y=\pm\frac{2}{3}x$，则 a 的值为（　）

（A）2　　（B）3

（C）4　　（D）9

（4）已知 $(a-\sqrt{x})^7$ 的展开式中的 x^2 的系数是280，则 $a=$（　）

（A）2　　（B）—2

（C）1　　（D）—1

（5）下列函数 $f(x)$ 是奇函数且在定义域上单调递增的是（　）

（A）$f(x)=\frac{1}{x^2+1}$　　（B）$f(x)=\sin x$

（C）$f(x)=2^{-x}-2^{x}$　　（D）$f(x)=\ln\dfrac{5+x}{5-x}$

（6）已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{a}-\vec{b}|=2$，$\vec{a}=(2,0)$，则$|\vec{b}|$的最大值为（　）

（A）1　　（B）2

（C）3　　（D）4

（7）$\{a_n\}$，$\{b_n\}$是无穷数列，则“存在常数M，使$a_n\le M\le b_n(n=1,2,3,\cdots)$”是“$a_n\le b_n(n=1,2,3,\cdots)$”的（　）

（A）充分不必要条件　　（B）必要不充分条件

（C）充要条件　　（D）既不充分也不必要条件

（8）$f(x)=\sin(x+\varphi)$（$0<\varphi<2\pi$），将$f(x)$向x轴正方向平移3φ个单位，得到的函数图像与$f(x)$图像关于x轴对称，则φ的取值个数为（　）

（A）1　　（B）2

（C）3　　（D）4

（9）学校组织高一、高二学生参观甲、乙两地博物馆，每位学生可自主选择一处前往．已知高一学生总人数多于高二学生总人数，前往甲地的全体学生总数多于前往乙地的全体学生总数，则（　）

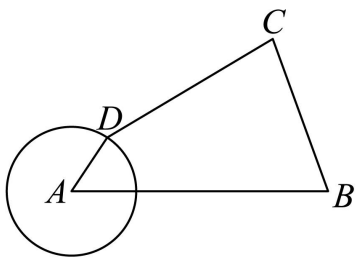
（A）去甲地的高一学生人数多于去乙地的高一学生人数

（B）去甲地的高一学生人数多于去乙地的高二学生人数

（C）去甲地的高一学生人数不多于去乙地的高二学生人数

（D）去乙地的高二学生人数不少于去甲地的高二学生人数

（10）摇杆机械装置，如图，A，B为定点，C，D是动点，$AD=1$，$CD=3$，$BC=\dfrac{5}{2}$，$AB=4$，则$\cos\angle ABC$的取值范围（　）



（A）$[\frac{5}{16},\frac{73}{80}]$　　（B）$[-\frac{5}{16},\frac{73}{80}]$

（C）$[\frac{5}{16},1]$　　（D）$[\frac{5}{16},\frac{73}{80})$

第二部分（非选择题　共 110 分）

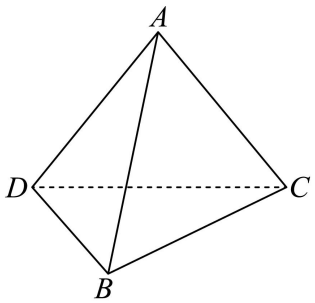
二、填空题：共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

（11）已知直线 $ax+y=0$ 与圆 $(x-2)^2+(y-2)^2=4$ 相切，则 $a=$_____.

（12）已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $S_6=6a_6+30$，则公差 $d=$_____，若 $S_n\le S_5$ 恒成立，则符合条件的 a_1 的一个取值为_____.

（13）音高 y（单位: mel ）与频率 f（单位：Hz）满足 $y=\lg\left(1+\frac{f}{700}\right)$，若 $\lg 2\le y<3\lg 2$，则 f 的取值范围为_____.

（14）已知三棱锥 $A-BCD$，$AD=AB=AC=2\sqrt{2}$，$BD=BC=2$，$DC=2\sqrt{3}$，则它的底面 BCD 的面积为_____，体积为_____.



（15）已知 $f(x)=\left|x^2-\cos x-c^2\right|$，给出下列四个结论：

①$f(x)$ 在 $(-1,1]$ 上有最小值和最大值

②$c=0$，$f(x)=1$ 有 3 个解；

③$c=1$，$x\in(-1,2]$ 时，$f(x)$ 有最大值；

④$c>0$，$f(x)$ 与 $y=c$ 有 4 个交点.

其中正确结论的序号是_____.

三、解答题：共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

（16）（本小题 13 分）

已知函数 $f(x)=2\sin\omega x\cos\varphi+2\cos\omega x\sin\varphi$，$\omega>0$，$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$．$f(x)$ 最小正周期为 π，且 $f(0)>0$，$f(\frac{\pi}{4})=1$．

(1)求 ω、φ 的值；

(2)求 $f(x)$ 的单调递减区间．

北京小升初网 www.xschu.com

（17）（本小题 14 分）

现从全校学生中随机抽取 200 人统计数学成绩，成绩分组及对应人数如下：

成绩分组	$[81,94)$	$[94,107)$	$[107,120)$	$[120,135)$	$[135,150]$
人数	40	60	60	32	8

以频率估计概率，完成下列问题：

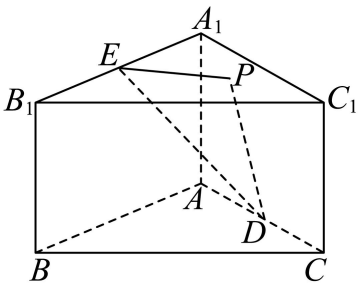
(1)求数学成绩低于 120 分的概率；

(2)从学校随机抽取 4 人，求 2 人不低于 120 且 2 人小于 94 的概率；

(3)每组数据取左端、中间、右端，比较 $s_{左}^2$、$s_{中}^2$、$s_{右}^2$ 的大小关系．

（18）（本小题 13 分）

已知直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$，$\angle BAC=90°$，$AB=AC=2$，$BB_1=\sqrt{2}$，E、D 分别为 A_1B_1、AC 的中点.



(1)证明：$DE//$ 平面 BB_1C_1C；

(2)点 P 在平面 $A_1B_1C_1$ 内，且 $EP//B_1C_1$，再从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择一个作为已知，使得 P 唯一确定，求平面 PAD 与平面 PDE 的夹角的余弦值.

条件①：$PA=PD$；

条件②：$PA\perp BC$；

条件③：$BB_1//$ 平面 PDE.

注：如果选择条件①、条件②、条件③分别解答，按第一个解答计分.

（19）（本小题 15 分）

已知椭圆 E：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的一个顶点是 $(2,0)$，离心率为 $\dfrac{1}{2}$.

(1)求 E 的方程；

(2)过点 $A(1,1)$，斜率为 $k\left(k\neq\pm1\right)$ 的直线交椭圆 E 于 B、C 两点，B 关于 $y=x$ 的对称点为 D，DC 交 $y=x$ 于 Q，若 $\left|S_{\triangle ABQ}-S_{\triangle ACQ}\right|=\dfrac{5}{8}$，求 k.

北京小升初网 www.xschu.com

（20）（本小题 15 分）

设函数 $f(x)=x^2+mx-4e^{nx-1}(n\in\mathbf{Z})$，曲线 $y=f(x)$ 在点 $(-1,f(-1))$ 处的切线方程为 $4x+e^2y+e^2+8=0$.

(1)求 m，n 的值；

(2)求 $f(x)$ 的极值点个数；

(3)求 $y=kx-1(k>0)$ 与 $f(x)$ 交点个数.

（21）（本小题 15 分）

设 $A=(a_{ij})_{m\times n}$ 是一个 m 行 n 列的数阵，且数阵中的每一项 $a_{ij}\in\{-1,1\}$，都等于 1 或 -1．若对任意 $1\le i,p\le m$，$1\le j,q\le n$，其中 $i\ne p$，$j\ne q$，且 $\big||i-p|-|j-q|\big|=2$，都有 $a_{ij}+a_{iq}+a_{pj}+a_{pq}=0$，则称数阵 A 具有性质 P.

(1)判断下列两个数表是否具有性质 P.

$A_1=$	1	1	-1	1
	-1	1	-1	1
$A_2=$	1	1	-1	-1
	1	-1	1	-1
	-1	1	-1	1

(2)在所有具有性质 P 的 5×4 数阵中，1 的个数最多是多少？

(3)若 $m=n=6$，$a_{11}=1$，且数阵 A 具有性质 P，证明：对任意 i，$j\in\{1,2,3,4,5,6\}$，都有 $a_{ij}=a_{i1}a_{1j}$.

（考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效）