2024 北京门头沟初三（上）期末

数　　学

2024.1

考生须知	1．本试卷共 8 页，三道大题，28 道小题，满分 100 分，考试时间 120 分钟。 2．请将条形码粘贴在答题卡相应位置处。 3．试卷所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。请使用 2B 铅笔填涂，用黑色字迹签字笔或钢笔作答。 4．考试结束后，请将试卷和草稿纸一并交回。

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1- 8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

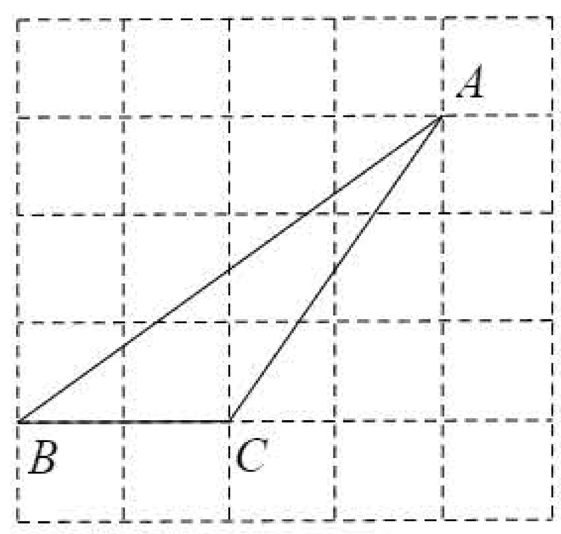
1. 如果 $\frac{x}{y}=\frac{2}{3}$，那么 $\frac{y-x}{y}$ 的值是

A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{5}{3}$　　D．$\frac{5}{2}$

2. 如果将抛物线 $y=x^2$ 向上平移 3 个单位长度，向左平移 1 各单位，得到新的抛物线的表达式是

A．$y=(x+1)^2-3$　　B．$y=(x+1)^2+3$　　C．$y=(x-1)^2-3$　　D．$y=(x-1)^2+3$

3．如图所示的网格是边长为 1 的正方形网格，点 A，B，C 是网格线交点，则 $\sin\angle ABC=$



A．$\frac{3}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{13}}{2}$

C．$\frac{3}{5}$　　D．$\frac{4}{5}$

4. 已知⊙O 的半径为 4，如果 OP 的长为 3，则点 P 在

A．⊙O 内　　B．⊙O 上　　C．⊙O 外　　D．不确定

5. 若多边形的内角和是外角和的 2 倍，则该多边形是____边形

A．5　　B．6　　C．7　　D. 8

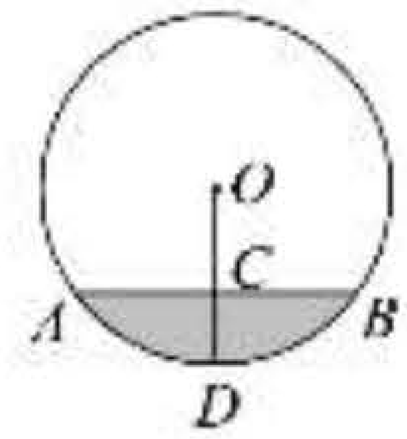
6. 若点 $A(x_1,-1)$，$B(x_2,2)$，$C(x_3,3)$ 都在反比例函数 $y=\frac{-6}{x}$ 的图象上，

则 x_1，x_2，x_3 的大小关系是

A. $x_1<x_2<x_3$　　B. $x_1<x_3<x_2$

C. $x_2 < x_3 < x_1$　　D. $x_3 < x_1 < x_2$

7. 一个圆柱形管件，其横截面如图所示，管内存有一些水（阴影部分），测得水面宽 AB 为 8cm，水的最大深度 CD 为 2cm，则此管件的直径为



A．5cm　　B．8cm

C．10cm　　D．12cm

8.二次函数 $y=ax^2+bx+c$ （$a\neq0$）的图象是一条抛物线，自变量 x 与函数 y 的部分对应值如下表：

x	…	－2	－1	0	1	2	3	…
y	…	0	-2	-3	-3	-2	0	…

有如下结论：

①抛物线的开口向上

②抛物线的对称轴是直线 $x=\frac{1}{2}$

③抛物线与 y 轴的交点坐标为（0，-3）

④由抛物线可知 ax^2+bx+c＜0 的解集是 -2＜x＜3

其中正确的是

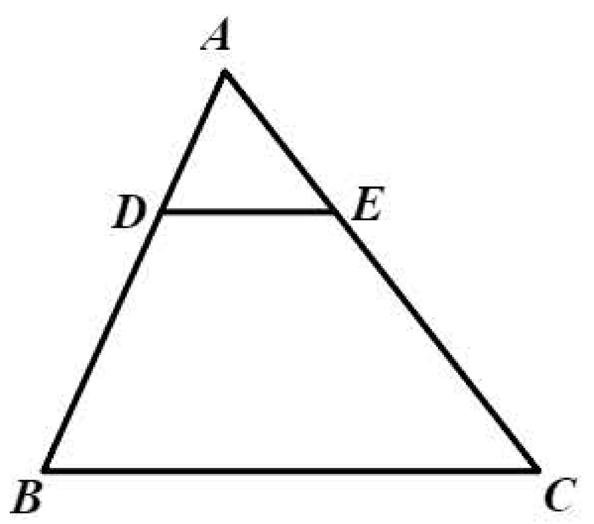
A. ①②　　B. ①②③　　C. ①②④　　D. ①②③④

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

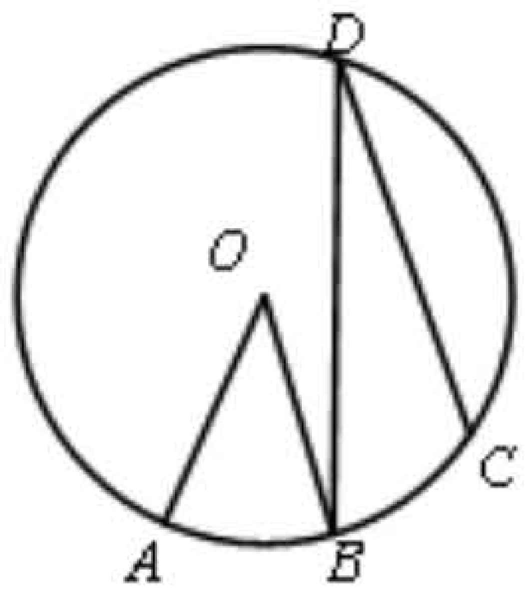
9. 二次函数 $y=2(x-1)^2+3$ 的顶点坐标为___________.

10. 如图，在△ABC 中，$DE//BC$，$AE=1$，$EC=2$，则 $\frac{DE}{BC}=$________.

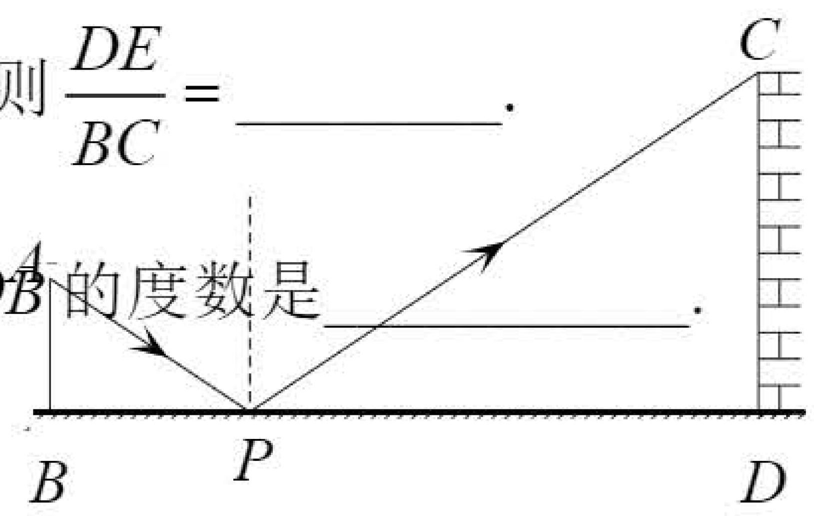
11. 如图，在⊙O 中，$AB=BC$，∠BDC=20°，则∠AOB 的度数是___________.



第 10 题



第 11 题

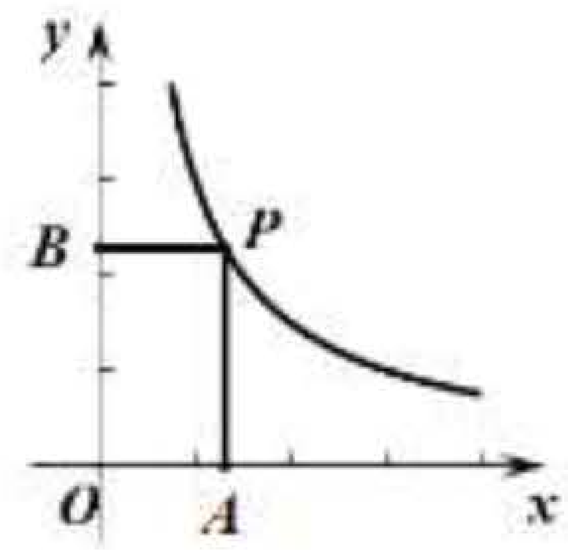


第 12 题

12. 如图，是小明设计的用激光笔测量城墙高度的示意图，在点 P 处水平放置一个平面镜，光线从点 A 出发经平面镜反射后刚好射到城墙 CD 的顶端 C 处，已知 AB⊥BD，CD⊥BD，AB=1.2 米，BP=1.8 米，PD=12 米，那么城墙高度 CD=____米.

13. 写出一个二次函数，其图象满足：①开口向上；②对称轴为$x=1$，这个二次函数的表

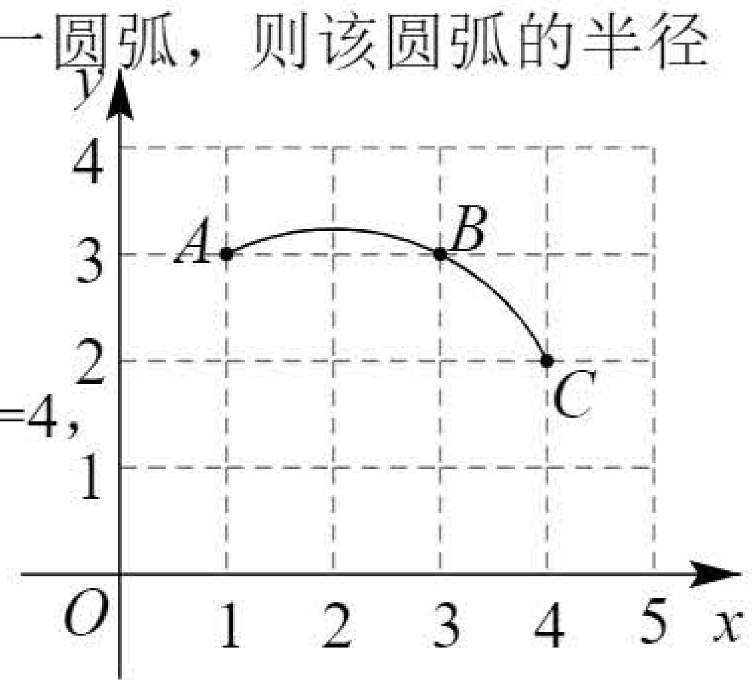
达式可以是________.



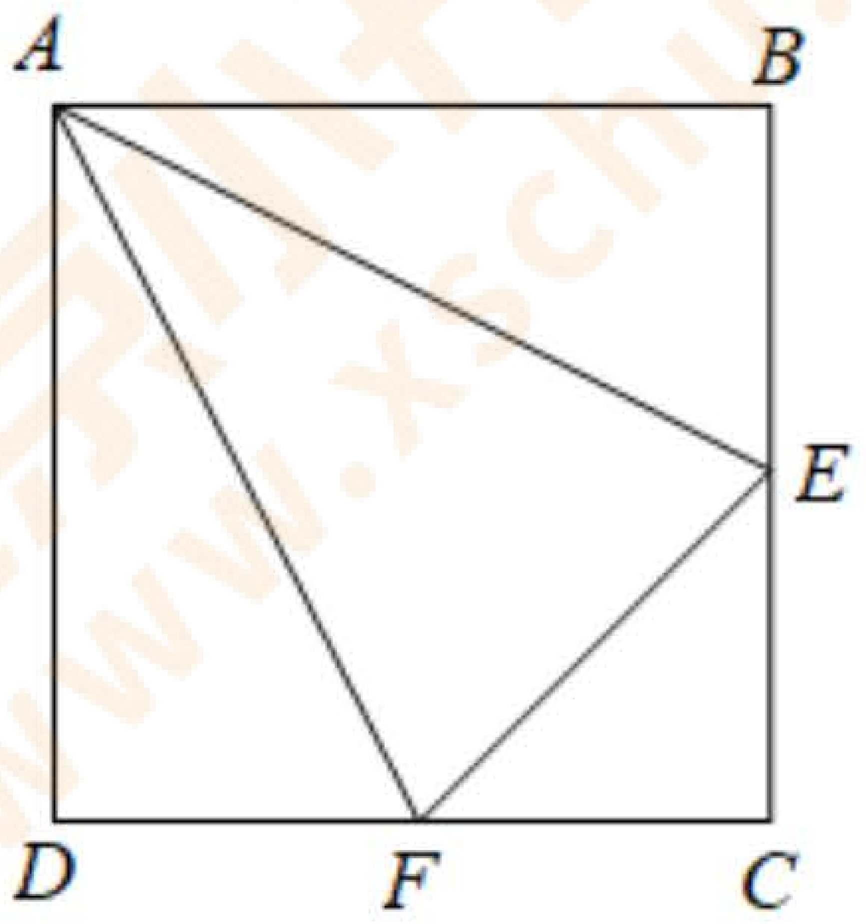
14. 如图，已知点 P 是反比例函数 $y=\dfrac{3}{x}$（$x>0$）上的一点，则矩形 $OAPB$ 的面积为

__________.

15. 如图，在平面直角坐标系中，点 A，B，C 都在格点上，过 A，B，C 三点作一圆弧，则该圆弧的半径=______.



16. 如图，已知 E、F 是正方形 $ABCD$ 的边 BC 和 CD 上的两点，且 $AE=AF$，$AB=4$，ΔAEF 的面积 S 与 CE 的长 x 满足函数关系，写出该函数的表达式__________________.

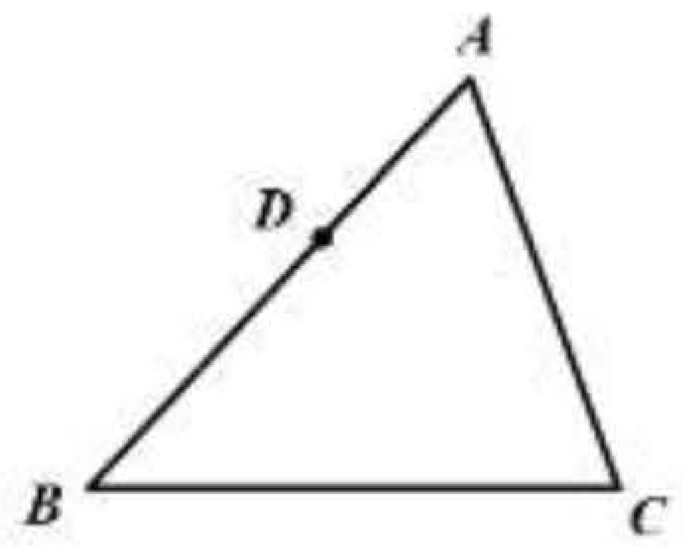


三、解答题（本题共 68 分，第 17～22 题每小题 5 分，第 23～26 题每小题 6 分，第 27～28 题每小题 7 分）

解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17．计算：$\left|-\sqrt{2}\right|+\left(-\frac{1}{3}\right)^{-1}-2\sin 45°+(\pi-2015)^{0}$.

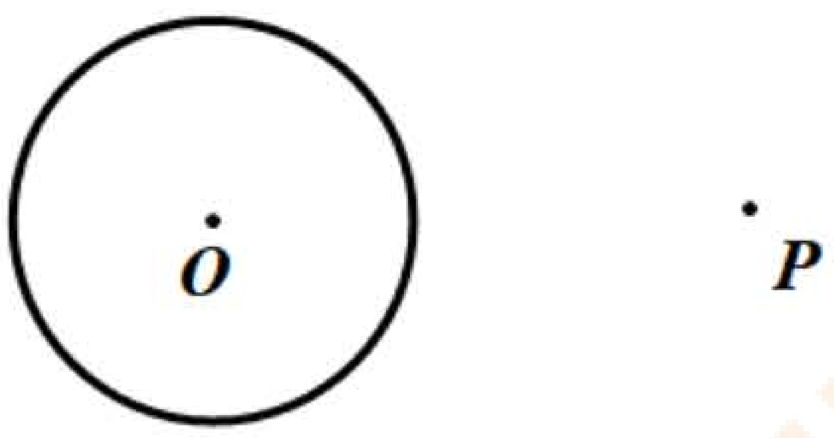
18．如图，在△ABC 中，点 D 为 AB 边上一点，在 AC 边上找到一点 E，使得△ADE 与原三角形相似，请画出所有满足条件的图形，并说明理由.



19．下面是小李设计的“过圆外一点作圆的一条切线”的尺规作图的过程.

已知：如图 1，⊙O 及圆外一点 P.

求作：过点 P 作⊙O 的一条切线.



作法：①连接 OP;

②作 OP 的垂直平分线，交 OP 于点 A;

③以 A 为圆心，OA 的长为半径作弧，交⊙O 于点 B;

④作直线 PB.

即直线 PB 为所求作的一条切线.

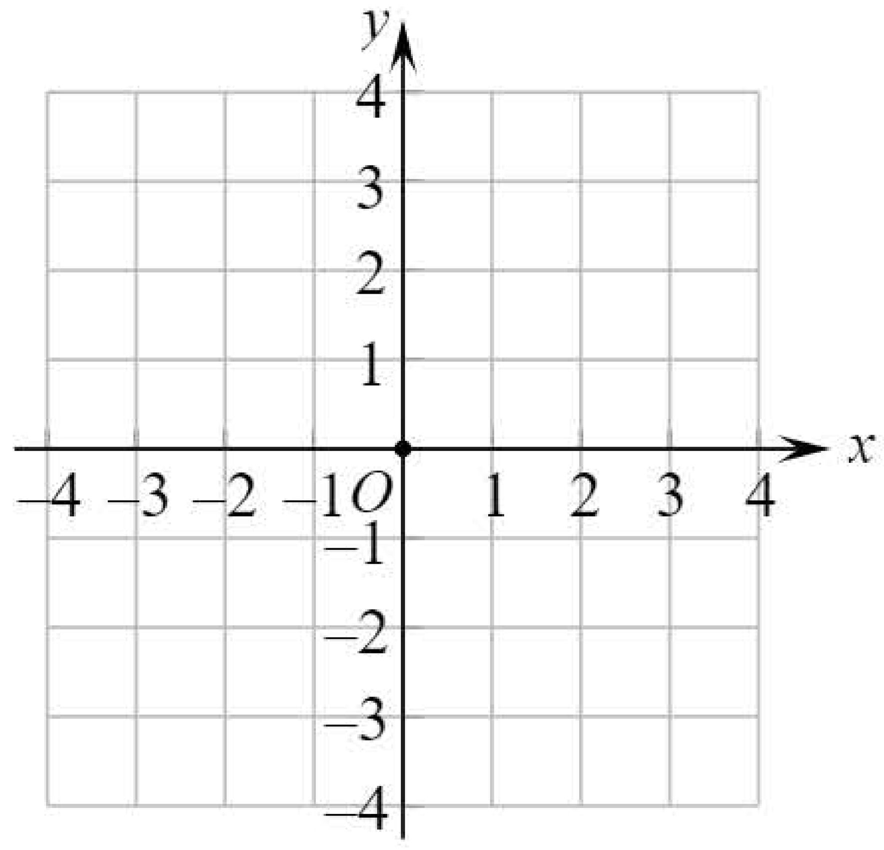
根据上述尺规作图的过程，回答以下问题：

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）该作图中．可以得到$\angle OBP$=________°；

依据：______________________.

20．已知二次函数$y=x^2+2x-3$



（1）求此二次函数图象的顶点坐标；

（2）求此二次函数图象与x轴的交点坐标；

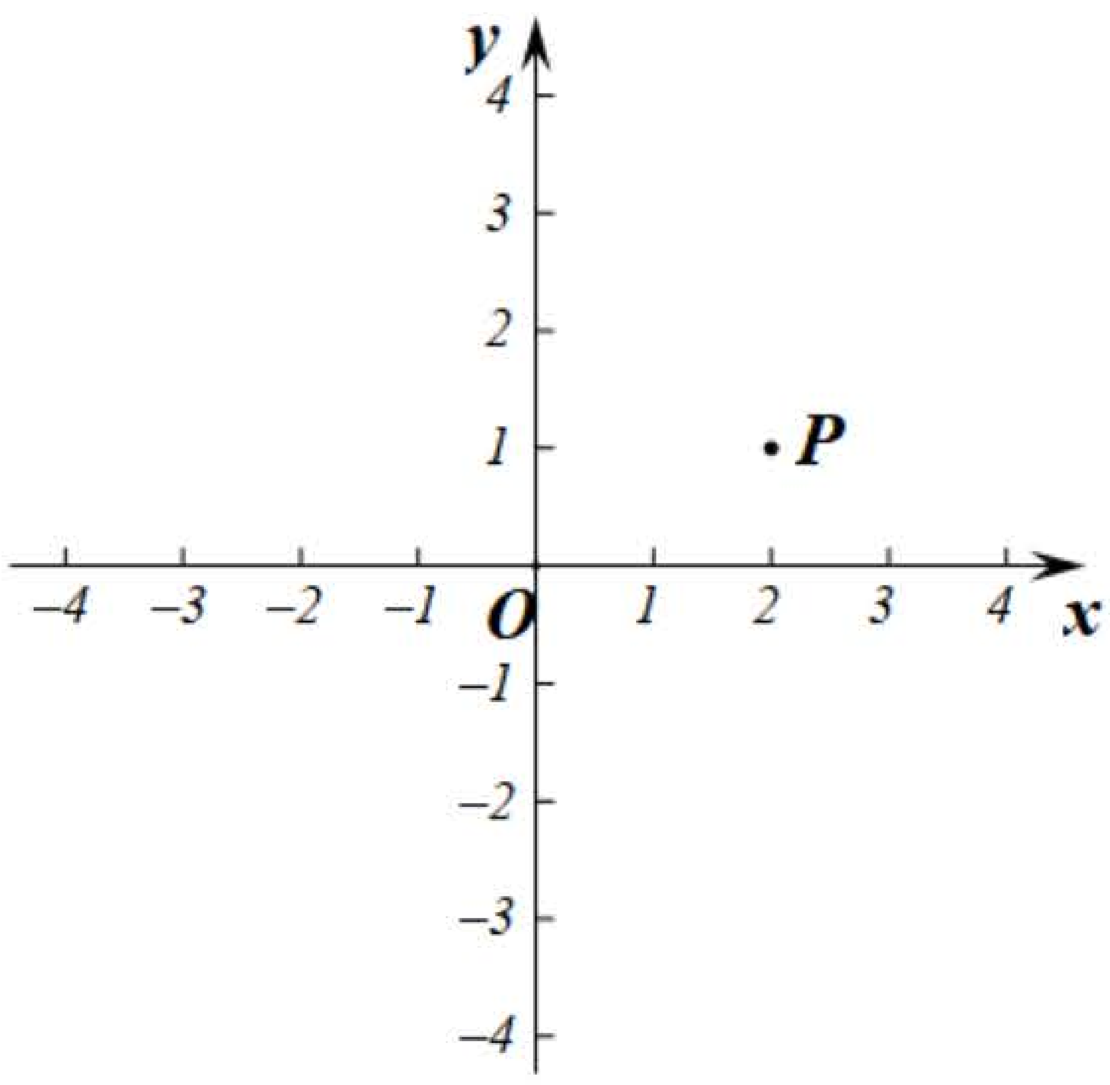
（3）当$y>0$时，直接写出x的取值范围.

21．如图，点P（2，1）是反比例函数$y=\dfrac{m}{x}$的图象上的一点.

（1）求该反比例函数的表达式；

（2）设直线$y=kx$与双曲线$y=\dfrac{m}{x}$的两个交点分别为

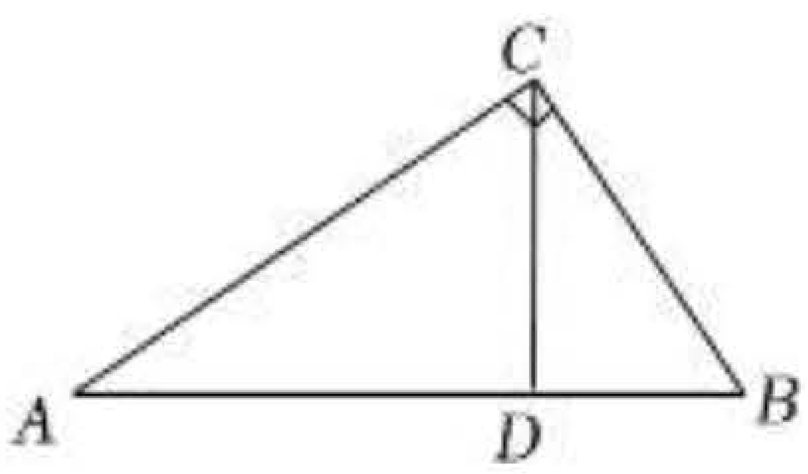
P和P'，当$\dfrac{m}{x}>kx$时，直接写出x的取值范围.



22. 在Rt△ABC中，$\angle ACB=90°$，点D在AB上，且$\dfrac{AD}{AC}=\dfrac{AC}{AB}$.

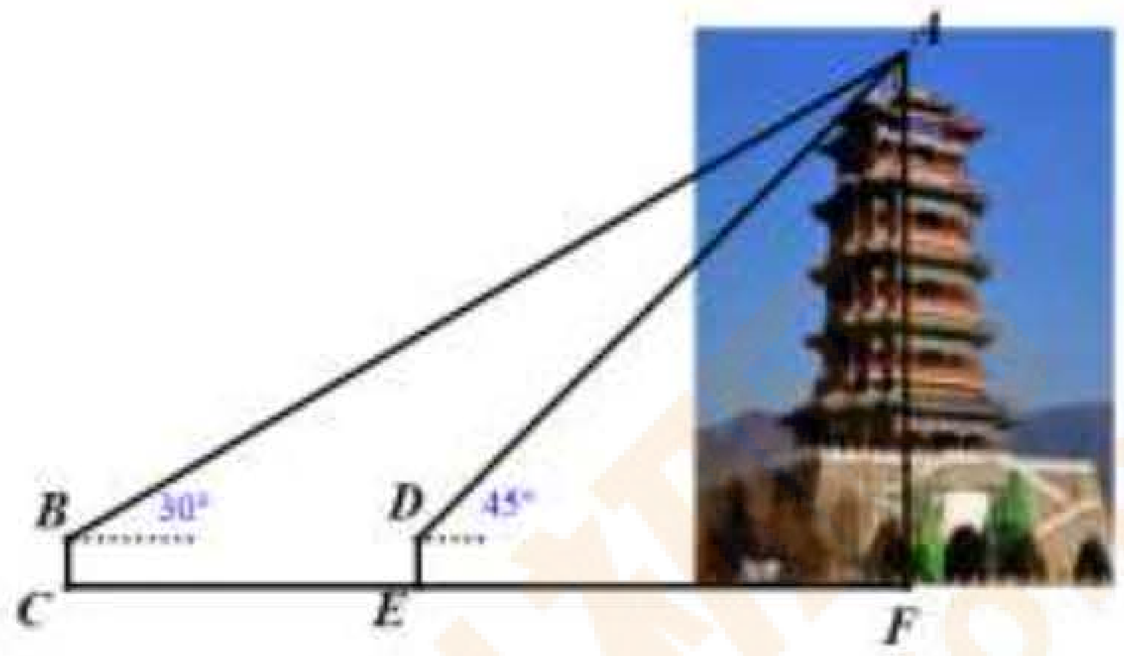
（1）求证△ACD∽△ABC;

（2）若$AD=3$，$BD=2$，求CD的长.

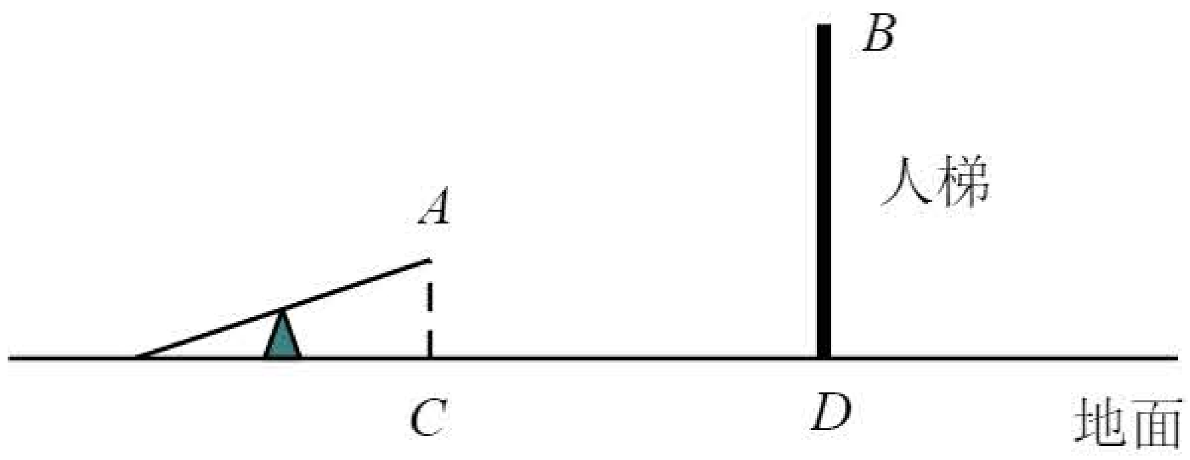


23. 永定楼是门头沟的标志性建筑，为测得永定楼的高度，小亮同学先站在点C的位置，视线（点B）与塔尖A的仰角是30°，水平向前走了42m到达点E的位置，此时的仰角是45°，已知小亮的眼睛距离地面1.7m，请计算永定楼的高度.

（结果保留根号）



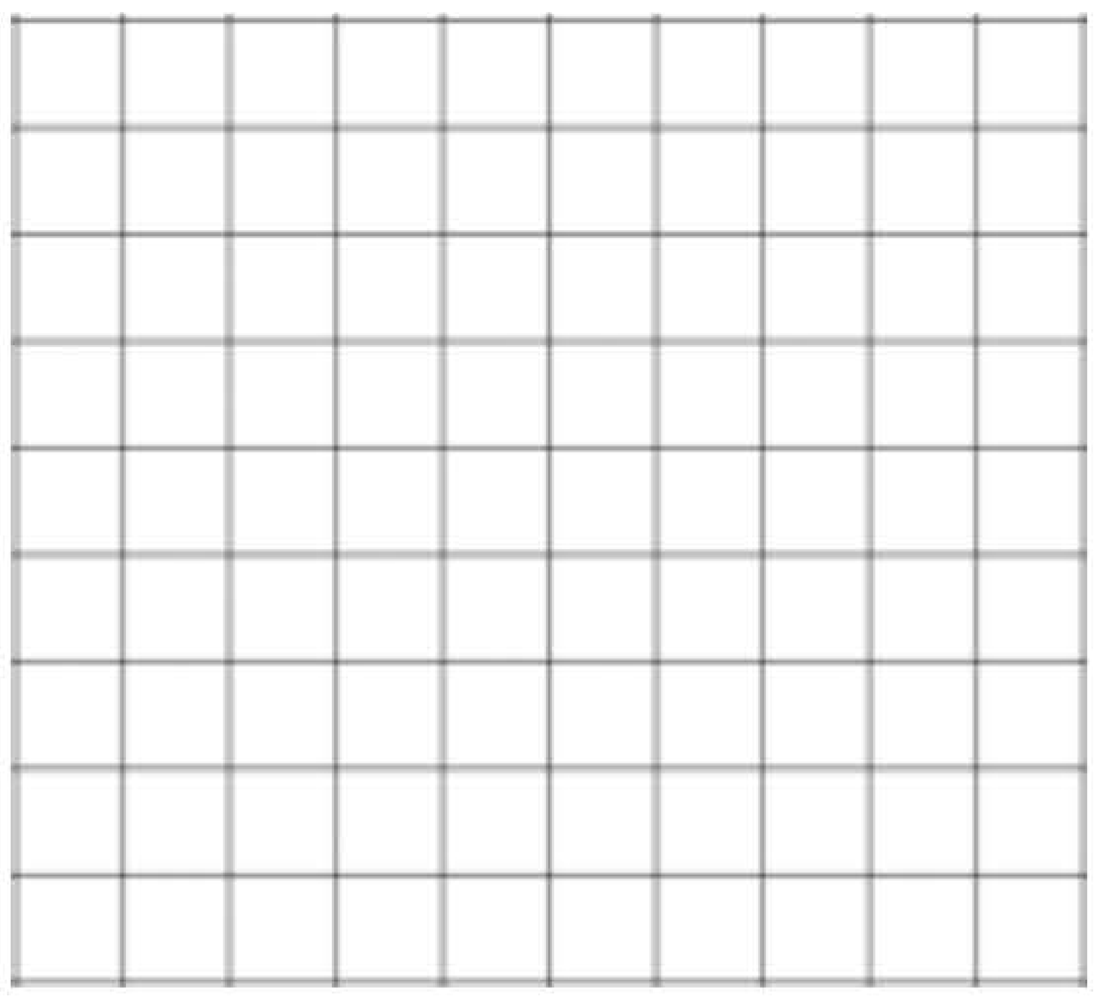
24. 如图，杂技团进行杂技表演，演员要从跷跷板右端 A 处弹跳后恰好落在人梯的顶端 B 处，其身体（看成一点）的路径是一条抛物线．现测量出如下的数据，设演员身体距起跳点 A 水平距离为 d 米时，距地面的高度为 h 米．



d（米）	…	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	3.50	…
h（米）	…	3.40	4.15	4.60	4.75	4.60	4.15	…

请你解决以下问题：

（1）在下边网格中建立适当平面直角坐标系，根据已知数据描点，并用平滑曲线连接；



（2）结合表中所给的数据或所画的图象，直接写出演员身体距离地面的最大高度；

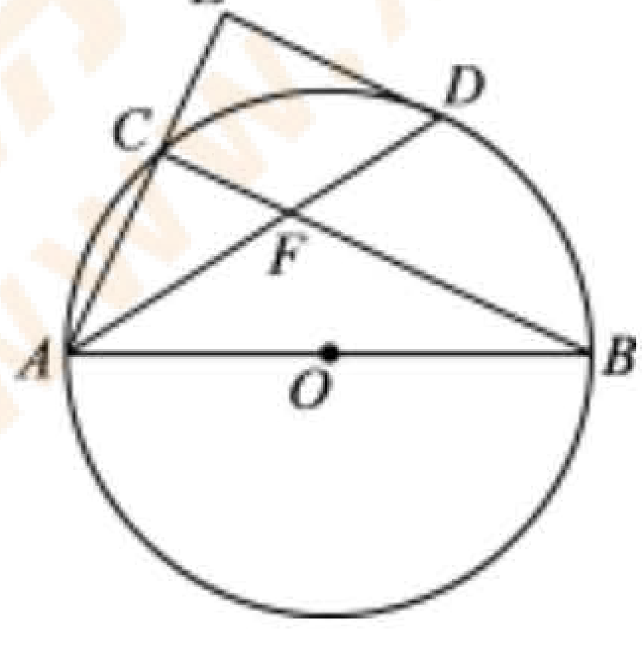
（3）求起跳点 A 距离地面的高度；

（4）在上述的条件下，有一次表演，已知人梯到起跳点 A 的水平距离是 3 米，人梯的高度是 3.40 米．问此次表演是否成功？如果成功，说明理由；如果不成功，说明应怎样调节人梯到起跳点 A 的水平距离才能成功？

25. 如图，$\triangle ABC$ 内接于⊙O，AB 为直径，点 D 在⊙O 上，过点 D 作⊙O 切线与 AC 的延长线交于点 E，$ED\parallel BC$，连接 AD 交 BC 于点 F.

（1）求证：$\angle BAD=\angle DAE$；

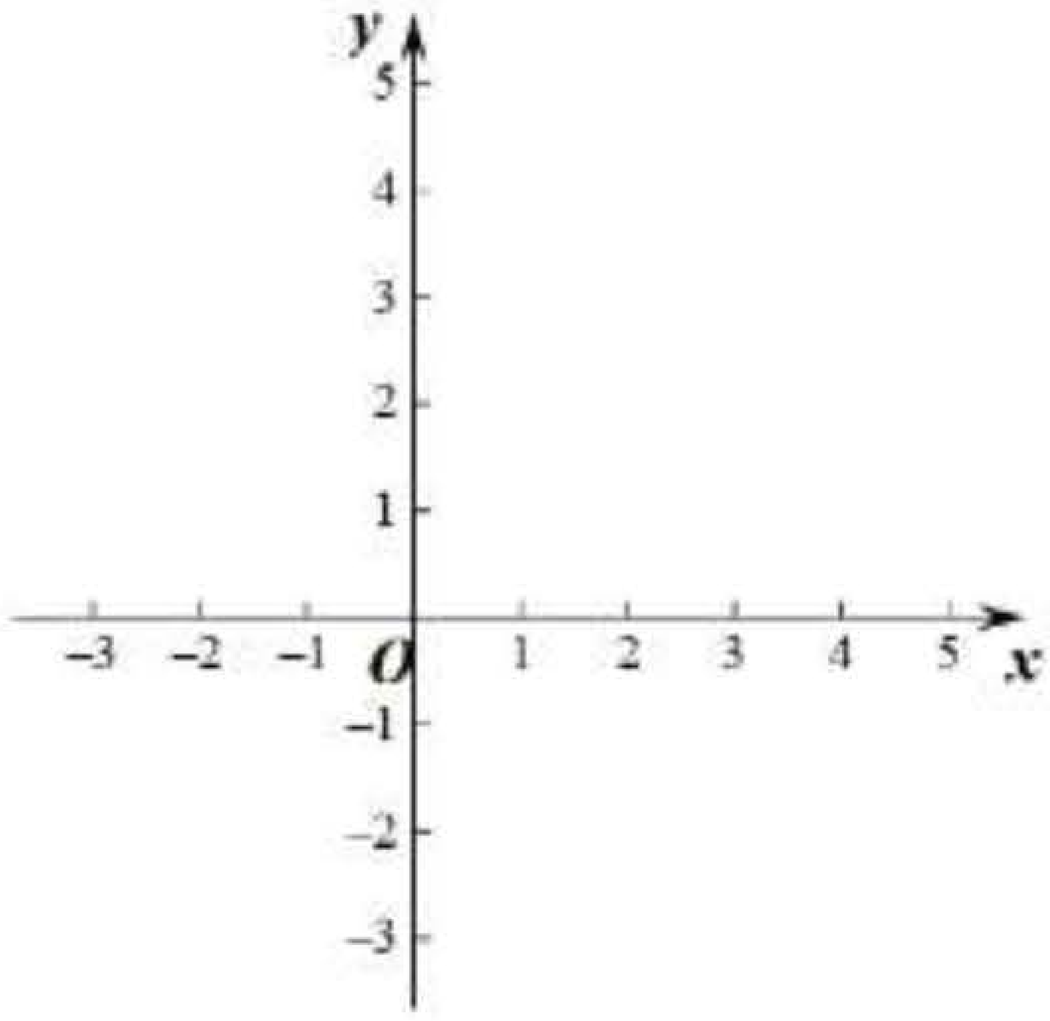
（2）若 $AB=6$，$AD=5$，求 DF 的长.



26. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 M（x_1， y_1），N（x_2， y_2）为抛物线 $y=ax^2+bx+c$ $(a>0)$上任意两点，其中 $x_1<x_2$.

（1）若抛物线的对称轴为 $x=2$，当 x_1、x_2 为何值时， $y_1=y_2=c$；

（2）设抛物线的对称轴为 $x=t$，若对于 $x_1+x_2>4$，都有 $y_1<y_2$，求 t 的取值范围.

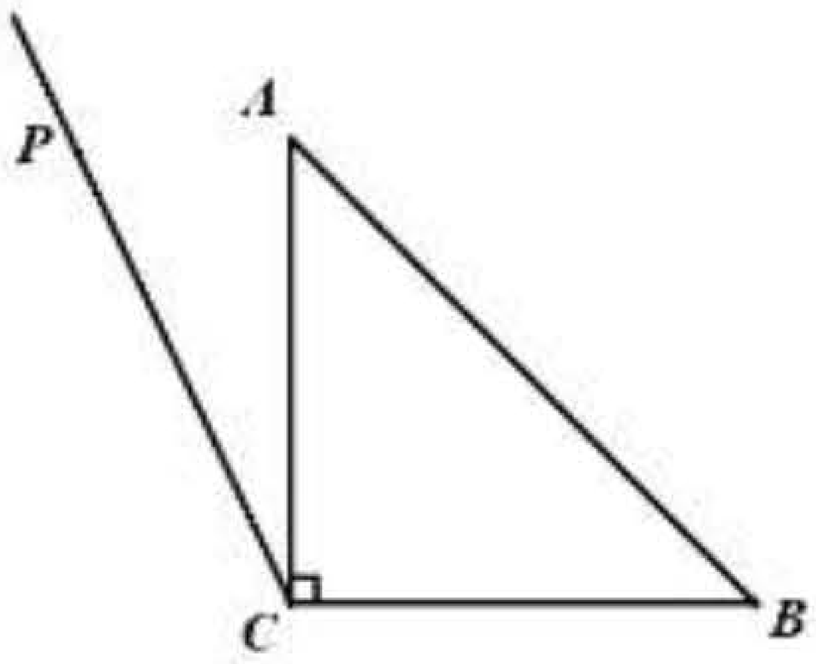


27. 如图，Rt△ABC 中，$\angle ACB=90°$，$CA=CB$，过点 C 在△ABC 外作射线 CP，且$\angle ACP=\alpha$，点 A 关于 CP 的对称点为点 D，连接 AD，BD，CD，其中 AD，BD 分别交射线 CP 于点 M，N.

（1）依题意补全图形；

（2）当 $\alpha=30°$ 时，直接写出$\angle CNB$ 的度数；

（3）当 $0°<\alpha<45°$ 时，用等式表示线段 BN，CM之间的数量关系，并证明.



28．对于平面直角坐标系 xOy 中的任意点 $P(x,y)$，如果满足 $x+y=a$ ($x\geqslant0$，$a\geqslant0$)，那么我们称这样的点叫做“关联点”.

（1）如果点$(2,3)$是“关联点”，则 $a=$__________；

（2）如图 1，当 $2\leqslant a\leqslant3$ 时，

在点 A（1，2），B（1，3），C（2.5，0）中，满足此条件的“关联点”为_____________；

（3）如图 2，⊙W的圆心为 W（3，2），半径为 1，如⊙W上存在“关联点”，请画出示意图，并求出“关联点”的最小值.

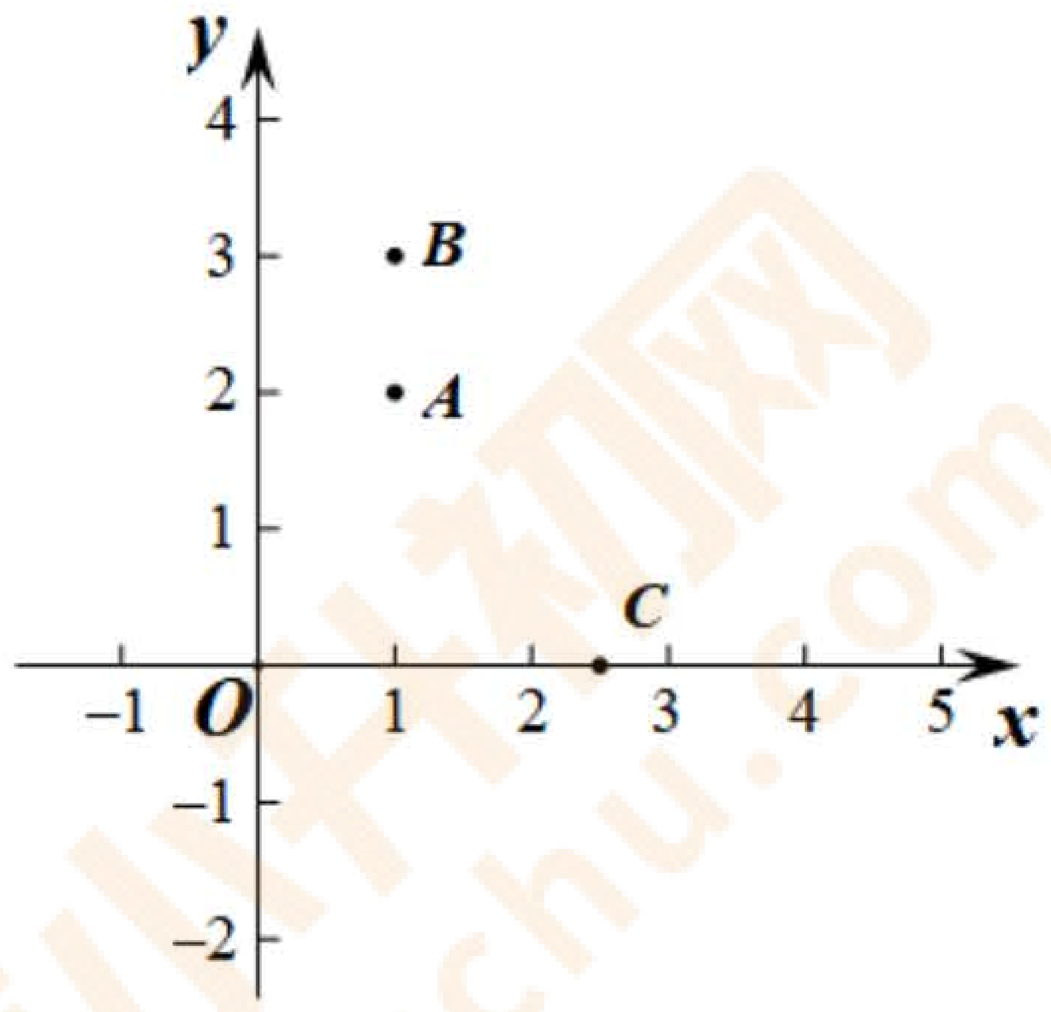


图 1

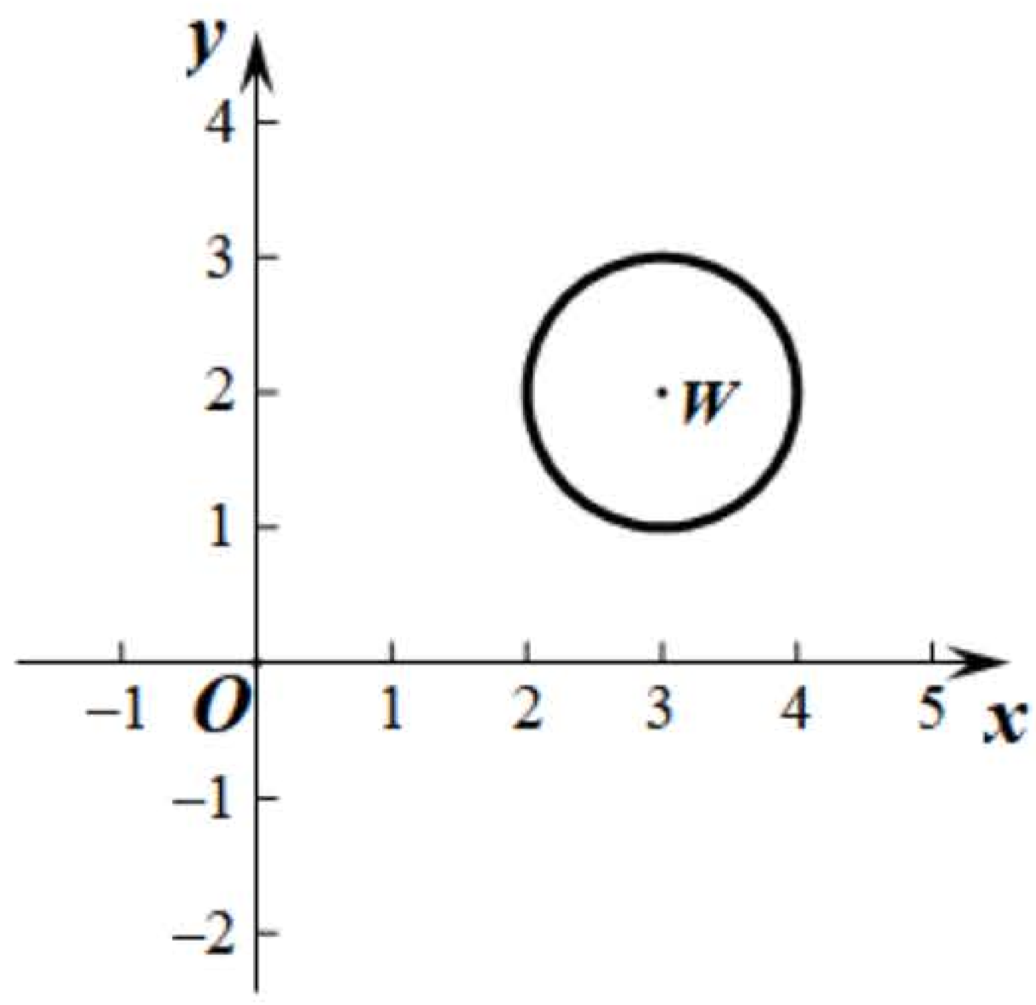


图 2

参考答案

一、选择题（本题共 **24** 分，每小题 **3** 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	B	C	A	B	C	C	D

二、填空题（本题共 **24** 分, 每小题 **3** 分）

题号	9	10	11	12
答案	(1, 3)	$\frac{1}{3}$	40°	8
题号	13	14	15	16
答案	答案不唯一	3	$\sqrt{5}$	$y=-\frac{1}{2}x^2+4x$

三、解答题（本题共 52 分，第 17～21 题每小题 5 分，第 22 题每小题 6 分，第 23～25 题每小题 7 分）

17. 计算: $\left|-\sqrt{2}\right|+\left(-\frac{1}{3}\right)^{-1}-2\sin 45°+(\pi-2015)^0$ $=\sqrt{2}-3-\sqrt{2}+1$ ……………………………………**4** 分

$=-2$. ……………………………………**5** 分

18. 第一种情况：过点 ***D*** 作 ***DE*∥*BC*** 交 ***AC*** 于点 ***E***

∵***DE*∥*BC***

∴△*ADE*∽△*ABC* ……………………………………**2** 分

第二种情况：作∠*ADE*=∠*C*

∵∠*A*=∠*A*，∠*ADE*=∠*C*

∴△*AED*∽△*ABC* ……………………………………**5** 分

19. （**1**）补全图形正确：中垂线 ……………………**1** 分

圆 ……………………**2** 分

一条切线 ……………………**3** 分

（2）∠*OBP*= <u>90</u> ° ……………………**4** 分

直径所对的圆周角等于 **90°** ……………………**5** 分

20.（**1**）顶点坐标（**-1**，**-4**） ……………………**1** 分

（**2**）令 $x^2+2x-3=0$

$(x+3)(x-1)=0$

$x_1=-3, x_2=1$

∴与 x 轴的交点坐标为 $(-3, 0)$、$(1, 0)$ ……………………**3** 分

（3）$x<-3$ 或 $x>1$ ……………………**5** 分

21.（1）∵点 P（2，1）是反比例函数图象上的一点

$\therefore 1=\frac{m}{2}$，解得，$m=2$

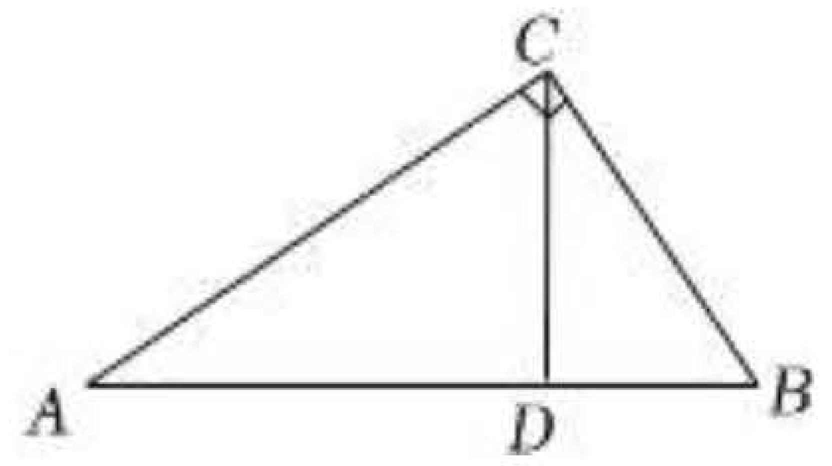
∴反比例函数表达式为 $y=\frac{2}{x}$……………………….**2 分**

（2）$x<-2$，或 $0<x<2$……………………….**5 分**

22.（1）∵ $\frac{AD}{AC}=\frac{AC}{AB}$，$\angle A=\angle A$

∴$\triangle ACD\backsim\triangle ABC$ …………………**2 分**

（2）∵$\triangle ACD\backsim\triangle ABC$



∴$\angle ADC=90°$，　∴$\angle CDB=90°$

∴ $\angle ADC=\angle CDB$ ∵ $\angle B=\angle ACD$

∴$\triangle ACD\backsim\triangle CBD$…………………**3 分**

$\therefore \frac{CD}{DB}=\frac{AD}{CD}$ …………………**4 分**

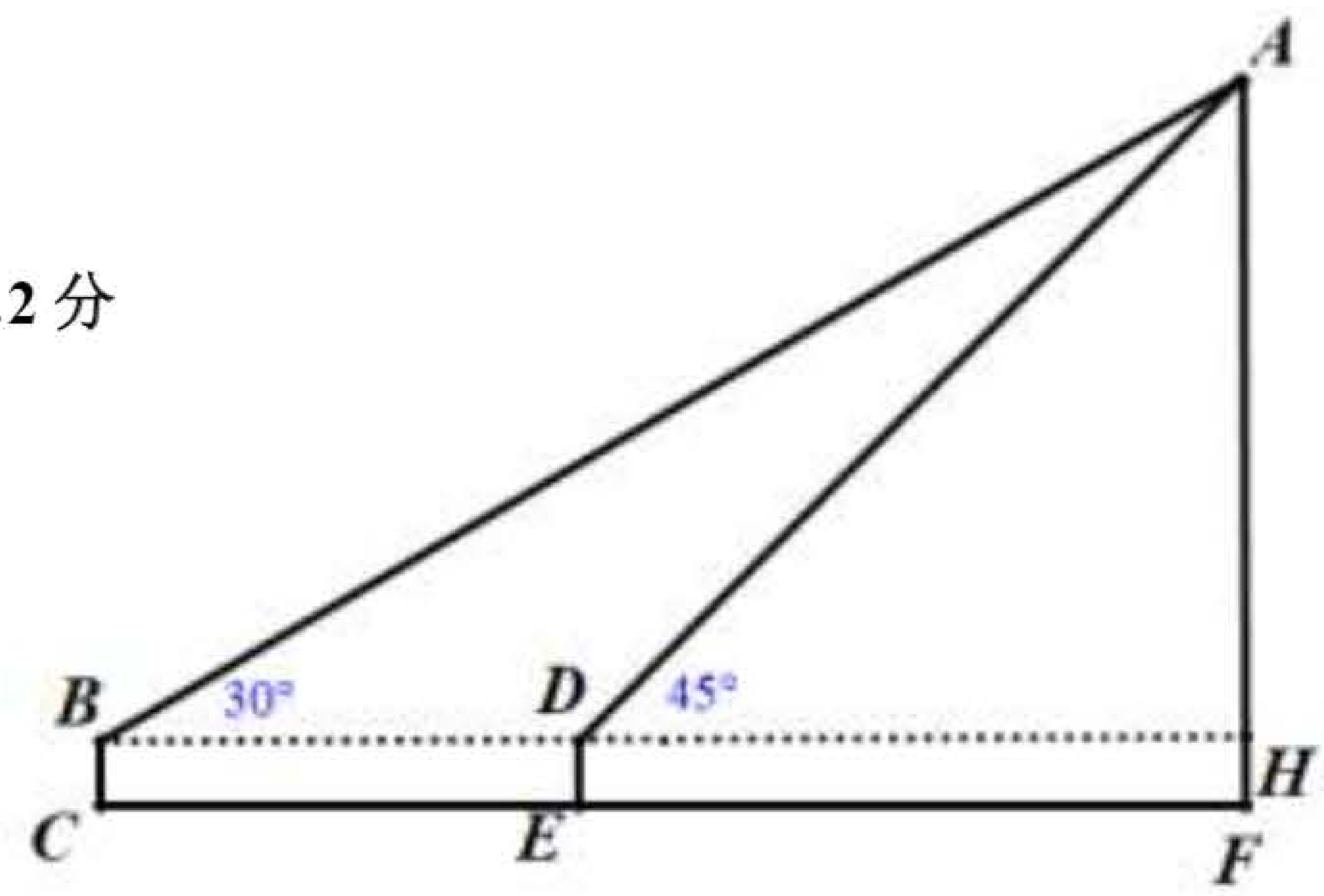
∵AD＝3，BD＝2

$\therefore \frac{CD}{2}=\frac{3}{CD}$

解得：$CD=\sqrt{6}$ …………………**5 分**

23.连接 BD，作 $DH\perp AF$ 于点 H ……………………**1 分**

由题意可知点 B、D、H 共线



∵$\angle ADH=45°$，$\angle AHD=90°$

$\therefore \tan\angle ADH=\frac{AH}{DH}=1$ …………………**2 分**

∴设 $AH=x$,则 $DH=AH=x$

∴$BH=x+42$ …………………**3 分**

在 $Rt\triangle AHB$ 中，

∵$\angle ABH=30°$

$\therefore \tan\angle ABH=\frac{AH}{BH}=\frac{\sqrt{3}}{3}$…………………**4 分**

$\frac{x}{x+42}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

解得，$x=21\sqrt{3}+21$…………………**5 分**

∴$AF=AH+HF=21\sqrt{3}+22.7$…………………**6 分**

24（1）略. ……………………………………………………………………2 分

（2）4.75 米. ……………………………………………………………………3 分

（3）1 米. ……………………………………………………………………………………4 分

（4）如图所示，建立平面直角坐标系：

由题意可知，演员身体形成的抛物线的表达式为 $h=-0.6\left(d-2.5\right)^2+4.75$.

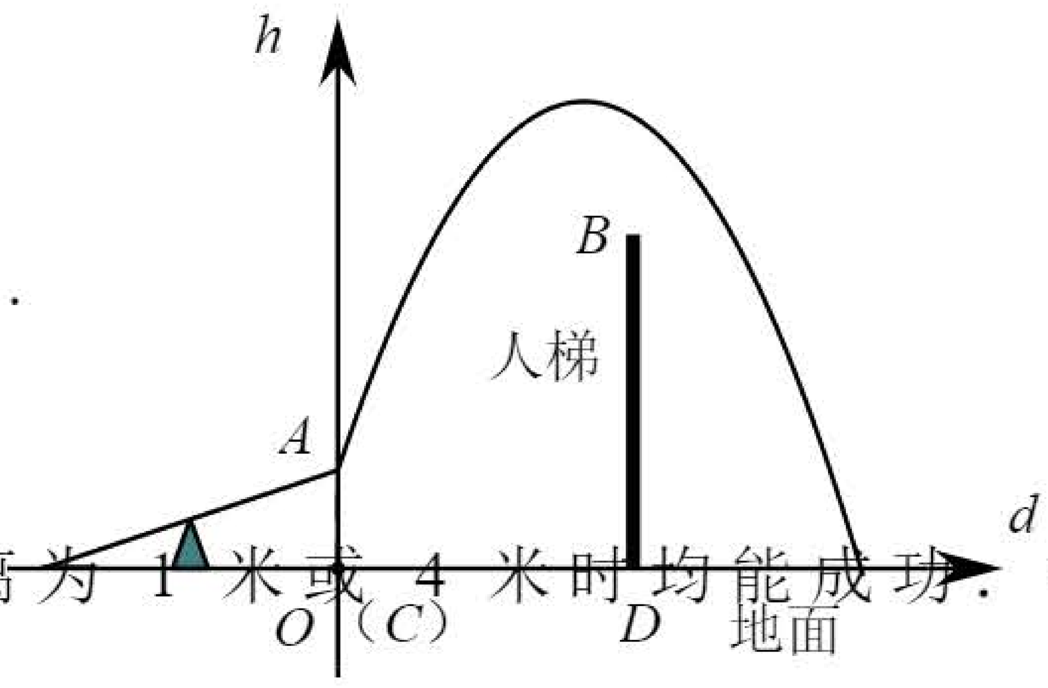
∵ 当 $d=3$ 时，

$h=-0.6\left(3-2.5\right)^2+4.75=4.6\neq 3.4$.

∴ 此次表演不成功.

∵ 当 $h=3.4$ 时，$-0.6\left(d-2.5\right)^2+4.75=3.4$.

解得 $d_1=1$，$d_2=4$.



∴ 人梯调整距起跳点 A 的水平距离为 1 米或 4 米时均能成功. ……………6 分

25.解：（1）连接 OD，

∵ED 为⊙O 的切线，

∴$OD\perp ED$. ……………………………………………………………………1 分

∵AB 为⊙O 的直径，

∴$\angle ACB=90°$. …………………………………………………………………… 2 分

∵$BC\parallel ED$,

∴$\angle ACB=\angle E=\angle EDO$.

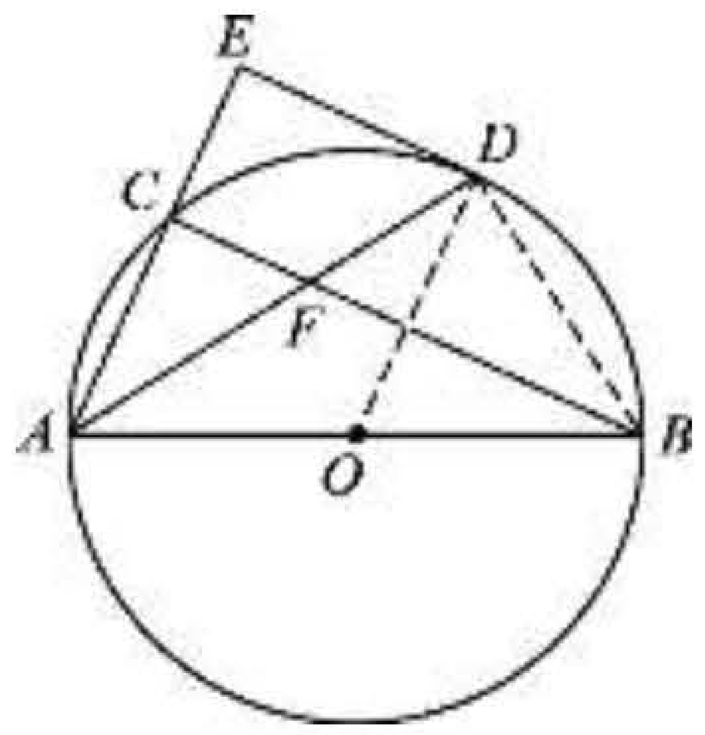
∴$AE\parallel OD$.

∴$\angle DAE=\angle ADO$.

∵$OA=OD$,

∴$\angle BAD=\angle ADO$.

∴$\angle BAD=\angle DAE$. ………………………………3 分



（2）连接 BD，

∴$\angle ADB=90°$.

∵$AB=6$，$AD=5$，

∴$BD=\sqrt{AB^2-AD^2}=\sqrt{11}$ ……………………………………………………4 分

∵ $\angle BAD=\angle DAE=\angle CBD$,

∴$\tan\angle CBD=\tan\angle BAD=\dfrac{\sqrt{11}}{5}$ .. ………………………………………………5 分

在 Rt△BDF 中，

∴$DF=BD\cdot\tan\angle CBD=\dfrac{11}{5}$. ……………………………………………………6 分

26.（1） ∵ $ax^2+bx+c=c$

∴ $ax^2+bx=0$

$x(ax+b)=0$

$\therefore x=0$，或 $x=-\dfrac{b}{a}$ ……………………………………………1 分

$\because -\dfrac{b}{2a}=2$

$\therefore -\dfrac{b}{a}=4$

$\because x_1<x_2$

$\therefore x_1=0$，$x_2=4$ ……………………………………………2 分

（2）由题意可得：

$ax_1^{2}+bx_1+c<ax_2^{2}+bx_2+c$

$ax_1^{2}+bx_1<ax_2^{2}+bx_2$ ……………………………………………3 分

$ax_1^{2}-ax_2^{2}+bx_1-bx_2<0$

$a(x_1-x_2)(x_1+x_2)+b(x_1-x_2)<0$

$(x_1-x_2)[a(x_1+x_2)+b]<0$ ………………………………………4 分

$\because x_1<x_2$

$\therefore x_1-x_2<0$

$\therefore a(x_1+x_2)+b>0$

即 $x_1+x_2>-\dfrac{b}{a}$ ………………………………………5 分

$\because x_1+x_2>4$

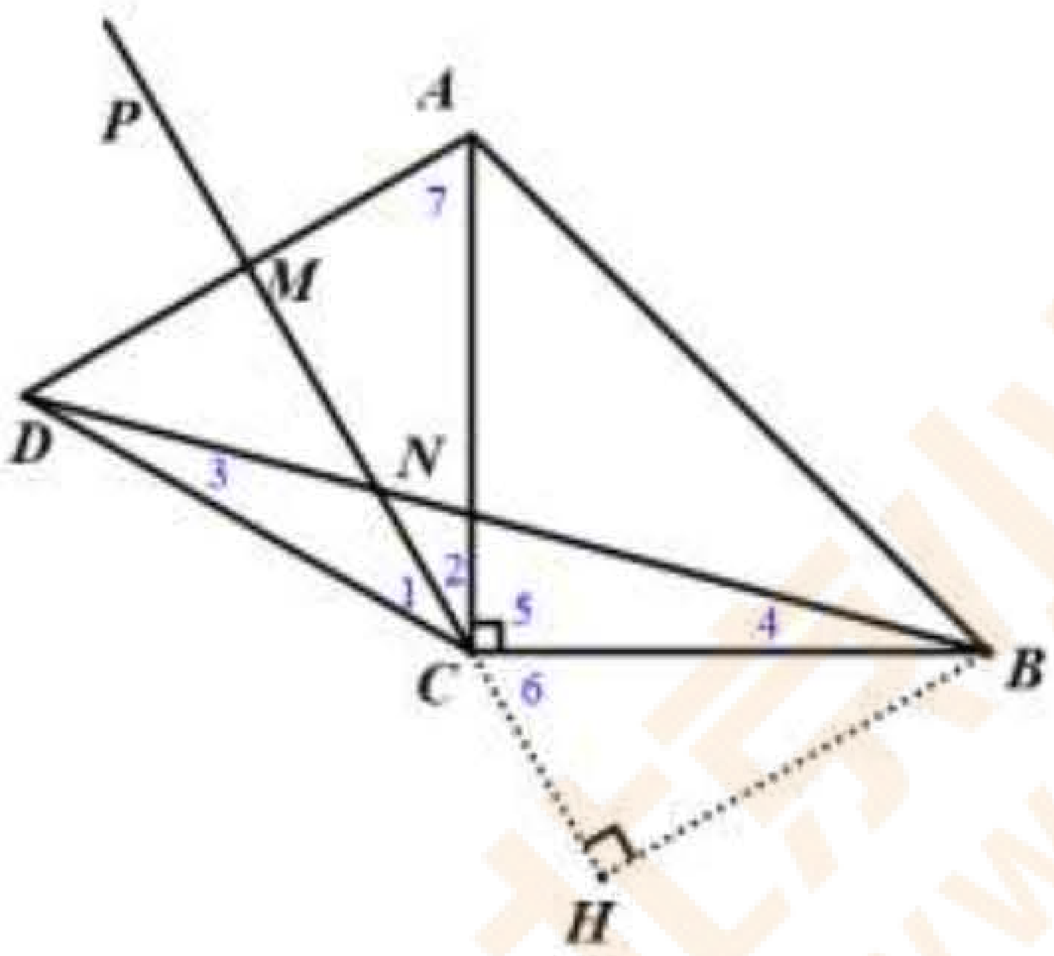
$\therefore -\dfrac{b}{a}\le 4$

$\therefore t=-\dfrac{b}{2a}\le 2$ ………………………………………6 分

27.解：（1）补图正确； …………………1 分

（2）45°； …………………2 分

（3）结论：$BN=\sqrt{2}CM$． …………3 分



证明：作 $BH\perp PC$ 交 PC 的延长线于点 H.

∵点 A 与点 D 关于 CP 对称，

∴CE 是 AD 的垂直平分线.

∴CA=CD.

∴∠1=∠2=α．

∵CA=CB，∴CB=CD．∴∠3=∠4.

∵∠4=90°，

$\therefore \angle 3=\dfrac{1}{2}$（180° -$\angle BCD$）=$\dfrac{1}{2}$（180° －90° －$\alpha$－$\alpha$）=45° －$\alpha$.

$\therefore \angle CNB=\angle 3+\angle 1=\alpha+45°-\alpha=45°$. …………………4 分

∴△NHB 为等腰直角三角形

$\therefore BN=\sqrt{2}BH$ …………………5 分

∵$\angle 5=90°$ ，CP 是 AD 的垂直平分线，

$\therefore \angle 2+\angle 7=90°$ ，$\angle 2+\angle 6=90°$.

$\therefore \angle 6=\angle 7$. …………………6 分

∵$BH\perp PH$，

$\therefore \angle H=90°=\angle AMC$.

∴在△CMA 和△BHC 中，

$$\begin{cases}\angle H=\angle CMA,\\ \angle 7=\angle 6,\\ BC=CA,\end{cases}$$

∴△CMA≌△BHC.

∴$BH=CM$.

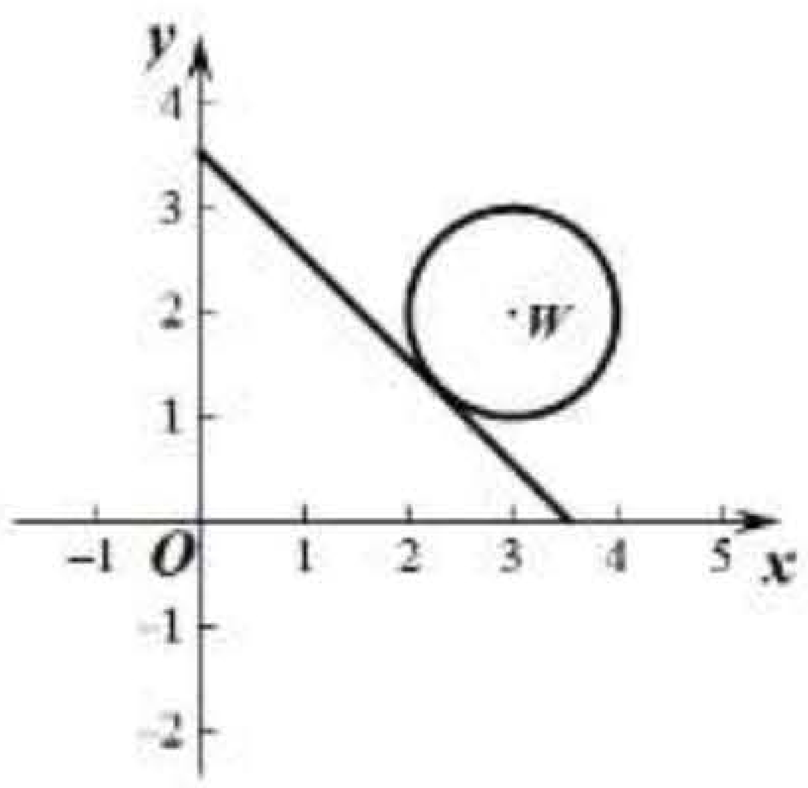
$\therefore BN=\sqrt{2}CM$ …………………7 分

28.（1）5 ……………………………………………………1 分

（2）A（1，2），C（2.5，0）；………………………………………3 分

（3）示意图正确 ………………………………………4 分

$5-\sqrt{2}$ ………………………………………………7 分



其他方法参照给分