2019 北京海淀区高三一模

数　　学（理）

2019.4

本试卷共 4 页，150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题纸上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题纸一并交回。

第一部分（选择题共 40 分）

一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

(1)已知集合 $P=\{x|0<x<4\}$，且 $M\subseteq P$，则 $M\subseteq P$ 可以是

(A) $\{1,\ 2\}$　(B) $\{2,4\}$　(C) $\{-1,2\}$　(D) $\{0,5\}$

(2)若角 α 的终边在第二象限，则下列三角函数值中大于零的是

(A) $\sin(\alpha+\frac{\pi}{2})$　(B) $cos(\alpha+\frac{\pi}{2})$　(C) $\sin(\pi+\alpha)$　(D) $cos(\pi+\alpha)$

(3)已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $4a_3=3a_2$，则 $\{a_n\}$ 中一定为零的项是

(A) a_6　(B) a_8　(C) a_{10}　(D) a_{12}

(4)已知 $x>y$，则下列各式中一定成立的是

(A) $\frac{1}{x}<\frac{1}{y}$　(B) $x+\frac{1}{y}>2$

(C) $(\frac{1}{2})^x>(\frac{1}{2})^y$　(D) $2^x+2^{-y}>2$

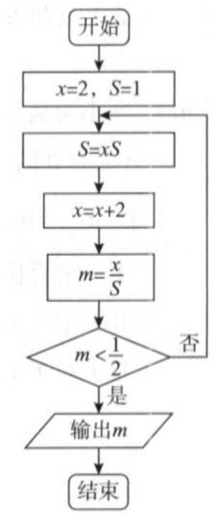
(5)执行如图所示的程序框图，输出的 m 值为

(A) $\frac{1}{8}$

(B) $\frac{1}{6}$

(C) $\frac{5}{16}$

(D) $\frac{1}{3}$



(6)已知复数 $z=a+i(a\in R)$，则下面结论正确的是

(A) $\bar{z}=-a+i$　(B) $|z|\geq 1$

(C) z 一定不是纯虚数　(D)在复平面上，z 对应的点可能在第三象限

(7)椭圆 $C_1:\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 与双曲线 $C_2:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的离心率之积为 1，则双曲线 C_2 的两条渐近线的倾斜角分别为

(A) $\frac{\pi}{6}$，$-\frac{\pi}{6}$　(B) $\frac{\pi}{3}$，$-\frac{\pi}{3}$　(C) $\frac{\pi}{6}$，$\frac{5\pi}{6}$　(D) $\frac{\pi}{3}$，$\frac{2\pi}{3}$

(8)某校实行选科走班制度，张毅同学的选择是物理、生物、政治这三科，且物理在 A 层班级，生物在 B 层班级，该校周一上午课程安排如下表所示，张毅选择三个科目的课各上一节，另外一节上自习，则他不同的选课方法有

第一节	第二节	第三节	第四节
地理B层2班	化学A层3班	地理A层1班	化学A层4班
生物A层1班	化学B层2班	生物B层2班	历史B层1班
物理A层1班	生物A层3班	物理A层2班	生物A层4班
物理B层2班	生物B层1班	物理B层1班	物理A层4班
政治1班	物理A层3班	政治2班	政治3班

(A)8 种　(B) 10 种　(C) 12 种　(D) 14 种

第二部分（非选择题　共 110 分）

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.

(9)已知 $a,4,c$ 成等比数列，且 $a>0$，则 $\log_2 a+\log_2 c=$____.

(10)在△ABC 中，$a=4,b=5,\cos C=\frac{1}{8}$，则 c=___，$S_{\Delta ABC}=$

(11) 已知向量 a=(1,-2),同时满足条件①a∥b,②$|a+b|<|a|$的一个向量 b 的坐标为______________

(12)在极坐标系中，若圆 $\rho=2a\cos\theta$ 关于直线 $\rho\cos\theta+\sqrt{3}\rho\sin\theta+1=0$ 对称，则 $a=$

(13)设关于 x,y 的不等式组 $\begin{cases} x\geq 0, \\ y\geq 0, \\ y\geq kx+1 \end{cases}$ 表示的平面区域为 Ω．记区域 Ω 上的点与点 $A(0,-1)$ 距离的最小值为 $d(k)$，则

(I)当 k=1时，$d(1)$= ____；

(II)若 $d(k)\geq\sqrt{2}$，则 k 的取值范围是____.

(14)已知函数 $f(x)=x$，$g(x)=ax^2-x$，其中 $a>0$. 若 $\forall x_1\in[1,2],\exists x_2\in[1,2]$，使得

$f(x_1)\ f(x_2)=g(x_1)\ g(x_2)$ 成立，则 $a=$____.

三、解答题共 6 小题，共 80 分．解答应写出文字说明~演算步骤或证明过程。

(15)（本小题满分 13 分）

已知函数 $f(x)=2\sqrt{2}\cos(\frac{\pi}{4}-x)\cos x+a$ 的最大值为 $\sqrt{2}$.

(II)求 a 的值;

(II)求函数 $f(x)$ 的单调递增区间.

(16)（本小题满分 13 分）

据《人民网》报道，“美国国家航空航天局(NASA)发文称，相比 20 年前世界变得更绿色了.卫星资料显示中国和印度的行动主导了地球变绿.”据统计，中国新增绿化面积的 42%来自于植树造林，下表是中国十个地区在 2017 年植树造林的相关数据.（造林总面积为人工造林、飞播造林、新封山育林、退化林修复、人工更新的面积之和）

单位：公顷

地区	造林总面积	造林方式				
		人工造林	飞播造林	新封山育林	退化林修复	人工更新
内蒙	618484	311052	74094	136006	90382	6950
河北	583361	345625	33333	135107	65653	3643
河南	149002	97647	13429	22417	15376	133
重庆	226333	100600		62400	63333	
陕西	297642	, 184108	33602	63865	16067	
甘肃	325580	260144		57438	7998	
新疆	263903	118105	6264	126647	10796	2091
青海	178414	16051		159734	2629	
宁夏	91531	58960		22938	8298	1335
北京	19064	10012		4000	3999	1053

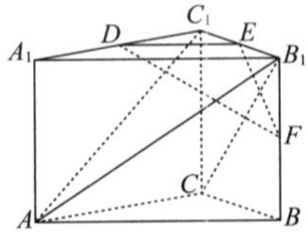
(Ⅰ)请根据上述数据分别写出在这十个地区中人工造林面积与造林总面积的比值最大和最小的地区；

(Ⅱ)在这十个地区中，任选一个地区，求该地区人工造林面积占造林总面积的比值超过 50%的概率是多少？

(Ⅲ)在这十个地区中，从新封山育林面积超过五万公顷的地区中，任选两个地区，记 X 为这两个地区中退化林修复面积超过六万公顷的地区的个数，求 X 的分布列及数学期望.

(17)（本小题满分 14 分）

如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AC\perp BC, AC=BC=CC_1=2$，点 D,E,F 分别为棱 A_1C_1,B_1C_1,BB_1 的中点.



(Ⅱ)求证：AC_1∥平面 DEF

(Ⅱ)求证：平面 $ACB_1\perp$平面 DEF；

(Ⅲ)在线段 AA_1 上是否存在一点 P，使得直线 DP 与平面 ACB_1 所成的角为 30^0?如果存在，求出线段 AP 的长；如果不存在，说明理由.

（18）（本小题满分 14 分）

已知函数 $f(x)=x\ln(x+1)-ax^2$.

(I)求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线方程；

(II)当 $a<0$ 时，求证：函数 $f(x)$ 存在极小值；

(III)请直接写出函数 $f(x)$ 的零点个数.

（19)（本小题满分 13 分）

已知抛物线 $G:y^2=2px$，其中 $p>0$．点 $M(2,0)$ 在 G 的焦点 F 的右侧，且 M 到 G 的准线的距离是 M 与 F 距离的 3 倍．经过点 M 的直线与抛物线 G 交于不同的 A，B 两点，直线 OA 与直线 $x=-2$ 交于点 P，经过点 B 且与直线 OA 垂直的直线 l 交 x 轴于点 Q.

(I)求抛物线的方程和 F 的坐标；

(II)判断直线 PQ 与直线 AB 的位置关系，并说明理由.

（20)（本小题满分 13 分）

首项为 0 的无穷数列 $\{a_n\}$ 同时满足下面两个条件：

①$|a_{n+1}-a_n|=n$；②$a_n\le\dfrac{n-1}{2}$

(II)请直接写出 a_4 的所有可能值；

(II)记 $b_n=a_{2n}$，若 $b_n<b_{n+1}$ 对任意 $n\in N^*$ 成立，求 $\{b_n\}$ 的通项公式；

(III)对于给定的正整数 k，求 $a_1+a_2+...+a_k$ 的最大值.

数学试题答案

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.

1．A　　2．D　　3．A　　4．D　　5．B　　6．B　　7．C　　8．B

二、填空题:本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.

9．4　　10．6，$\dfrac{15\sqrt{7}}{4}$　　11．$(-1,2)$　（答案不唯一）

12．-1　　13．2，$[-1,+\infty)$　　14．$\dfrac{3}{2}$

三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分.

15．（共 13 分）

解：（Ⅰ）因为 $f(x)=2\sqrt{2}\cos(\frac{\pi}{4}-x)\cos x+a$

$$=(2\sin x+2\cos x)\cos x+a$$

$$=2\sin x\cos x+2\cos^2 x+a$$

$$=\sin 2x+\cos 2x+1+a$$

$$=\sqrt{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})+1+a$$

所以函数 $f(x)$ 的最大值为 $\sqrt{2}+1+a$

所以 $1+a=0$

所以 $a=-1$

（Ⅱ）因为 $y=\sin x$ 的单调递增区间为 $(2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{\pi}{2})$，$k\in\mathbf{Z}$

令 $2k\pi-\frac{\pi}{2}<2x+\frac{\pi}{4}<2k\pi+\frac{\pi}{2}$

所以 $k\pi-\frac{3}{8}\pi<x<k\pi+\frac{1}{8}\pi$

函数 $f(x)$ 的单调递增区间为 $(k\pi-\frac{3}{8}\pi,k\pi+\frac{1}{8}\pi)$，$k\in\mathbf{Z}$

16．（共 13 分）

解：（Ⅰ）人工造林面积与总面积比最大的地区为甘肃省

人工造林面积与总面积比最小的地区为青海省

（Ⅱ）设在这十个地区中, 任选一个地区，该地区人工造林面积占总面积的比值超过为事件 A

在十个地区中，有 7 个地区（内蒙、河北、河南、陕西、甘肃、宁夏、北京）人工造林面积占总面积比超过 50%，则 $P(A)=\dfrac{7}{10}$

（Ⅲ）新封山育林面积超过五万公顷有 7 个地区：内蒙、河北、河南、重庆、陕西、甘肃、新疆、青海，其中退化林修复面积超过六万公顷有 3 个地区：内蒙、河北、重庆，

所以 X 的取值为 $0,1,2$

所以 $P(X=0)=\dfrac{C_4^2}{C_7^2}=\dfrac{12}{42}$，　$P(X=1)=\dfrac{C_3^1C_4^1}{C_7^2}=\dfrac{24}{42}$

$P(X=2)=\dfrac{C_3^2}{C_7^2}=\dfrac{6}{42}$

随机变量 X 的分布列为

X	0	1	2
P	$\dfrac{12}{42}$	$\dfrac{24}{42}$	$\dfrac{6}{42}$

$EX=0\times\dfrac{12}{42}+1\times\dfrac{24}{42}+2\times\dfrac{6}{42}=\dfrac{36}{42}=\dfrac{6}{7}$

17.（共 14 分）

解：（Ⅰ）**方法一：**连结 BC_1

因为 D,E 分别为 A_1C_1，B_1C_1 中点，所以 $DE//A_1B_1$

又因为 $AB//A_1B_1$，所以 $DE//AB$

因为 E,F 分别为 B_1C_1，B_1B 中点，所以 $EF//BC_1$

又因为 $DE\cap EF=E$

$DE \subset$ 平面 DEF， $EF \subset$ 平面 DEF

$AB \subset$ 平面 ABC_1， $BC_1 \subset$ 平面 ABC_1

所以平面 $ABC_1 \parallel$ 平面 DEF

又 $AC_1 \subset$ 平面 ABC_1，所以 $AC_1 \parallel$ 平面 DEF

方法二： 取 AA_1 中点为 G , 连结 FG

由 $AA_1 \parallel BB_1$ 且 $AA_1 = BB_1$

又点 F 为 BB_1 中点，所以 $FG \parallel A_1B_1$

又因为 D, E 分别为 A_1C_1，B_1C_1 中点, 所以 $DE \parallel A_1B_1$

所以 $DE \parallel FG$

所以 D, E, F, G 共面于平面 DEF

因为 D，G 分别为 A_1C_1, AA_1 中点， 所以 $AC_1 \parallel DG$

$AC_1 \not\subset$ 平面 DEF

$DG \subset$ 平面 DEF

所以 $AC_1 \parallel$ 平面 DEF

方法三： 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中， $CC_1 \perp$ 平面 ABC

又因为 $AC \perp BC$

以 C 为原点，分别以 CA, CB, CC_1 为 x 轴， y 轴， z 轴，建立空间直角坐标系 $C - xyz$

由题意得 $A(2,0,0), C_1(0,0,2), D(1,0,2)$，$E(0,1,2), F(0,2,1)$.

所以 $\overrightarrow{DE} = (-1,1,0)$，$\overrightarrow{EF} = (0,1,-1)$

设平面 DEF 的法向量为 $\boldsymbol{n} = (x_1, y_1, z_1)$，则

$$\begin{cases} \boldsymbol{n} \cdot \overrightarrow{DE} = 0 \\ \boldsymbol{n} \cdot \overrightarrow{EF} = 0 \end{cases}，\ 即 \begin{cases} -x_1 + y_1 = 0 \\ y_1 - z_1 = 0 \end{cases}$$

令 $x_1 = 1$，得 $y_1 = 1, z_1 = 1$

于是 $\boldsymbol{n}=(1,1,1)$

又因为 $\overrightarrow{AC_1}=(-2,0,2)$

所以 $\overrightarrow{AC_1}\cdot\boldsymbol{n}=-2+0+2=0$

又因为 $AC_1\not\subset$ 平面 DEF，

所以 AC_1 // 平面 DEF

（Ⅱ）**方法一**：在直棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$CC_1\perp$ 平面 ABC

因为 $AC\subset ABC$，所以 $CC_1\perp AC$

又因为 $AC\perp BC$，

且 $CC_1\bigcap BC=C$

所以 $AC\perp$ 平面 BB_1C_1C

$EF\subset$ 平面 BB_1C_1C，所以 $AC\perp EF$

又 $BC=CC_1$，四边形 BB_1C_1C 为正方形

所以 $BC_1\perp B_1C$

又 BC_1 // EF，所以 $B_1C\perp EF$

又 $AC\perp EF$，

且 $AC\bigcap B_1C=C$

所以 $EF\perp$ 平面 ACB_1

又 $EF\subset$ 平面 DEF

所以平面 $ACB_1\perp$ 平面 DEF

方法二：设平面 ACB_1 的法向量为 $\boldsymbol{m}=(x_2,y_2,z_2)$，$\overrightarrow{CA}=(2,0,0),\overrightarrow{CB_1}=(0,2,2)$

$\begin{cases}\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{CA}=0\\ \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{CB_1}=0\end{cases}$，即 $\begin{cases}2x_2=0\\ 2y_2+2z_2=0\end{cases}$

令 $y_2=1$，得 $x_2=0,z_2=-1$

于是 $\boldsymbol{m}=(0,1,-1)$

$\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{m}=(1,1,1)\cdot(0,1,-1)=0$

即 $\boldsymbol{n}\perp\boldsymbol{m}$，所以平面 $ACB_1\perp$ 平面 DEF

（III）设直线 DP 与平面 ACB_1 所成角为 θ，则 $\theta=30^\circ$

设 $\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AA_1}(0\le\lambda\le1)$，则 $\overrightarrow{AP}=(0,0,2\lambda)$

$\overrightarrow{DP}=(1,0,2\lambda-2)$

所以 $|\cos\theta|=\left|\dfrac{\overrightarrow{DP}\cdot\boldsymbol{m}}{|\overrightarrow{DP}||\boldsymbol{m}|}\right|=\dfrac{|2-2\lambda|}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{1+(2\lambda-2)^2}}=\sin 30^\circ=\dfrac{1}{2}$

解得 $\lambda=\dfrac{1}{2}$ 或 $\lambda=\dfrac{3}{2}$（舍）

所以点 P 存在，即 AA_1 的中点，$AP=1$

18．（共 14 分）

解：（Ⅰ）$f(x)=x\ln(x+1)-ax^2$ 的定义域为 $\{x\,|\,x>-1\}$

因为 $f(0)=0\ln(0+1)-a\cdot0^2=0$

所以切点的坐标为 $(0,0)$

因为 $f'(x)=\ln(x+1)+\dfrac{x}{x+1}-2ax$

$f'(0)=\ln(0+1)+\dfrac{0}{0+1}-2a\cdot0=0$

所以切线的斜率 $k=0$，

所以切线的方程为 $y=0$

（Ⅱ）**方法一：**

令 $g(x)=f'(x)=\ln(x+1)+\dfrac{x}{x+1}-2ax$

$g'(x)=\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{(x+1)^2}-2a$

因为 $x>-1$ 且 $a<0$，

所以 $\frac{1}{x+1}>0$， $\frac{1}{(x+1)^2}>0$， $-2a>0$

从而得到 $g'(x)>0$ 在 $(-1,+\infty)$ 上恒成立

所以 $f'(x)>0$ 在 $(-1,+\infty)$ 上单调递增且 $f'(0)=0$，

所以 x， $f'(x)$， $f(x)$ 在区间 $(-1,+\infty)$ 的变化情况如下表:

x	$(-1,0)$	0	$(0,+\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	↘	极小值	↗

所以 $x=0$ 时， $f(x)$ 取得极小值，问题得证

方法二：

因为 $f'(x)=\ln(x+1)+\frac{x}{x+1}-2ax$

当 $a<0$ 时，

当 $x<0$ 时， $\ln(x+1)<0$, $\frac{x}{x+1}<0$, $-2ax<0$，所以 $f'(x)<0$

当 $x>0$ 时， $\ln(x+1>0$, $\frac{x}{x+1}>0$, $-2ax>0$，所以 $f'(x)>0$

所以 x， $f'(x)$， $f(x)$ 在区间 $(-1,+\infty)$ 的变化情况如下表:

x	$(-1,0)$	0	$(0,+\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	↘	极小值	↗

所以 $x=0$ 时，函数 $f(x)$ 取得极小值，问题得证

（III）当 $a\le 0$ 或 $a=1$ 时，函数 $f(x)$ 有一个零点

当 $a>0$ 且 $a\ne 1$ 时，函数 $f(x)$ 有两个零点

19.（共 13 分）

解：（Ⅰ）抛物线 $y^2=2px$ 的准线方程为 $x=-\frac{p}{2}$，焦点坐标为 $F(\frac{p}{2},0)$

所以有 $2+\frac{p}{2}=3(2-\frac{p}{2})$，解得 $p=1$

所以抛物线方程为 $y^2=4x$，焦点坐标为 $F(1,0)$

（Ⅱ）直线 $PQ // AB$

方法一：

设 $A(x_1,y_1)$， $B(x_2,y_2)$，

设直线 AB 的方程为 $x=my+2$

联立方程 $\begin{cases} x=my+2, \\ y^2=4x, \end{cases}$

消元得， $y^2-4my-8=0$

所以 $y_1+y_2=4m$， $y_1y_2=-8$

$x_1x_2=\frac{1}{16}y_1^2y_2^2=4$

显然 $x_1x_2y_1y_2\neq 0$，

直线 OA 的方程为 $y=\frac{y_1}{x_1}x$

令 $x=-2$，则 $y=\frac{-2y_1}{x_1}$，则 $P(-2,\frac{-2y_1}{x_1})$

因为 $OA\perp BQ$ ，所以 $k_{BQ}=-\frac{x_1}{y_1}$

直线 BQ 的方程为 $y-y_2=-\frac{x_1}{y_1}(x-x_2)$，

令 $y=0$，则 $x=\frac{y_1y_2}{x_1}+x_2=\frac{y_1y_2+x_1x_2}{x_1}=-\frac{4}{x_1}$，则 $Q(-\frac{4}{x_1},0)$

① 当 $m=0$ 时，直线 AB 的斜率不存在， $x_1=2$，可知 ，

直线 PQ 的斜率不存在，则 $PQ // AB$

② 当$m\neq 0$时，$k_{PQ}=\dfrac{\dfrac{2y_1}{x_1}}{\dfrac{-4}{x_1}+2}=\dfrac{y_1}{-2+x_1}=\dfrac{y_1}{-2+(my_1+2)}=\dfrac{1}{m}$，$k_{AB}=\dfrac{1}{m}$，

则$PQ // AB$

综上所述，$PQ // AB$

方法二：

直线$PQ // AB$

(1) 若直线AB的斜率不存在，根据对称性，不妨设$A(2,-2\sqrt{2})$，$B(2,2\sqrt{2})$

直线AO的方程为$y=-\sqrt{2}x$，则$P(-2,2\sqrt{2})$

直线BQ的方程为$y-2\sqrt{2}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}(x-2)$，即$y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}x+\sqrt{2}$，

令$y=0$，则$Q(-2,0)$，则直线PQ 的斜率不存在，因此$PQ // AB$

(2) 设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，

当直线AB的斜率存在，设直线AB的方程为$y=k(x-2)$，$k\neq 0$

联立方程，$\begin{cases} y^2=4x \\ y=k(x-2) \end{cases}$

消元得，$k^2x^2-4k^2x+4k^2-4x=0$，

整理得，$k^2x^2-(4k^2+4)x+4k^2=0$

由韦达定理，可得$x_1+x_2=\dfrac{4k^2+4}{k^2}$，$x_1x_2=4$

$y_1^2y_2^2=16x_1x_2=64$，因为$y_1y_2<0$，可得$y_1y_2=-8$.

显然$x_1x_2y_1y_2\neq 0$，

直线OA的方程为$y=\dfrac{y_1}{x_1}x$

令$x=-2$，则$y=\dfrac{-2y_1}{x_1}$，则$P(-2,\dfrac{-2y_1}{x_1})$

因为$OA\perp BQ$ ，所以$k_{BQ}=-\dfrac{x_1}{y_1}$

直线BQ的方程为$y-y_2=-\dfrac{x_1}{y_1}(x-x_2)$，

令$y=0$，则$x=\dfrac{y_1y_2}{x_1}+x_2=\dfrac{y_1y_2+x_1x_2}{x_1}=-\dfrac{4}{x_1}$，则$Q(-\dfrac{4}{x_1},0)$

$$k_{PQ}=\frac{\frac{2y_1}{x_1}}{\frac{-4}{x_1}+2}=\frac{2y_1}{-4+2x_1}=\frac{2k(x_1-2)}{2x_1-4}=k\text{，则 }PQ\,/\!/\,AB$$

综上所述，$PQ\,/\!/\,AB$

20.（共 14 分）

解：（Ⅰ）a_4的值可以取$-2,0,-6$

（Ⅱ）因为$b_n=a_{2n}$，因为$b_n<b_{n+1}$对任意$n\in\mathbf{N}^*$成立，所以$\{b_n\}$为单调递增数列，

即数列$\{a_n\}$的偶数项$a_2,a_4,a_6,...,a_{2n}...$是单调递增数列

根据条件$a_2=-1$，$a_4=0$

所以当$a_{2n}\geq 0$对$n\geq 2$成立

下面我们证明“数列$\{a_n\}$中相邻两项不可能同时为非负数”

假设数列$\{a_n\}$中存在a_i,a_{i+1}同时为非负数

因为$|a_{i+1}-a_i|=i$，

若$a_{i+1}-a_i=i$, 则有$a_{i+1}=a_i+i\geq i>\dfrac{(i+1)-1}{2}$，与条件矛盾

若$a_{i+1}-a_i=-i$, 则有$a_i=a_{i+1}+i\geq i>\dfrac{i-1}{2}$，　　与条件矛盾

所以假设错误，即数列$\{a_n\}$中相邻两项不可能同时为非负数

此时$a_{2n}\geq 0$对$n\geq 2$成立，

所以当$n\geq 2$时，$a_{2n-1}\leq 0,a_{2n+1}\leq 0$，即$a_{2n-1}<a_{2n},a_{2n+1}<a_{2n}$

所以 $a_{2n}-a_{2n-1}=2n-1$，

$a_{2n-1}-a_{2n-2}=-(2n-2)$

所以$(a_{2n}-a_{2n-1})+(a_{2n-1}-a_{2n-2})=1$

即$a_{2n}-a_{2n-2}=1$，其中$n\geq 2$

即$b_n-b_{n-1}=1$，其中$n\geq 2$

又$b_1=a_2=-1$，$b_2=a_4=0$

所以$\{b_n\}$是以$b_1=-1$，公差为1的等差数列，

所以$b_n=-1+(n-1)=n-2$

（III） 记$S_k=a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{k-1}+a_k$

由（II）的证明知，a_n,a_{n+1}不能都为非负数

当$a_n\geq 0$，则$a_{n+1}<0$，

根据$|a_{n+1}-a_n|=n$，得到$a_{n+1}=a_n-n$，所以$a_n+a_{n+1}=2a_n-n\leq 2\dfrac{n-1}{2}-n\leq -1$

当$a_{n+1}\geq 0$，则$a_n<0$

根据$|a_{n+1}-a_n|=n$，得到$a_n=a_{n+1}-n$，所以$a_n+a_{n+1}=2a_{n+1}-n\leq 2\dfrac{n+1-1}{2}-n\leq 0$

所以，总有$a_n+a_{n+1}\leq 0$成立

当n为奇数时，$|a_n-a_{n+1}|=n$，故a_{n-1},a_n的奇偶性不同，则$a_n+a_{n+1}\leq -1$

当n为偶数时，$a_{n+1}+a_n\leq 0$

当k为奇数时，$S_k=a_1+(a_2+a_3)+\cdots+(a_{k-1}+a_k)\leq 0$

考虑数列：$0, -1, 1, -2, 2,\cdots, -\dfrac{k-1}{2}$，$\dfrac{k-1}{2}\dots$

可以验证，所给的数列满足条件，且$S_k=0$

所以S_k的最大值为0

当 k 为偶数时，$S_k=(a_1+a_2)+\cdots+(a_{k-1}+a_k)\le -\frac{k}{2}$

考虑数列：$0,-1,1,-2,2$，$\cdots$，$-\frac{k-2}{2}$，$\frac{k-2}{2}$，$-\frac{k}{2}\cdots$

可以验证，所给的数列满足条件，且 $S_k=-\frac{k}{2}$

所以 S_k 的最大值为 $-\frac{k}{2}$