



北京市平谷区 2019 年中考统一练习(一)

数学试卷

2019.4

注意事项

1. 本试卷共 8 页,包括三道大题,28 道小题,满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、班级、姓名和考号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上,在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上,选择题、作图题用 2B 铅笔作答,其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束,请将答题卡交回。

一、选择题(本题共 16 分,每小题 2 分)

第 1—8 题均有四个选项,符合题意的选项只有一个。

1. 下列图形中,不是轴对称图形的是



A



B

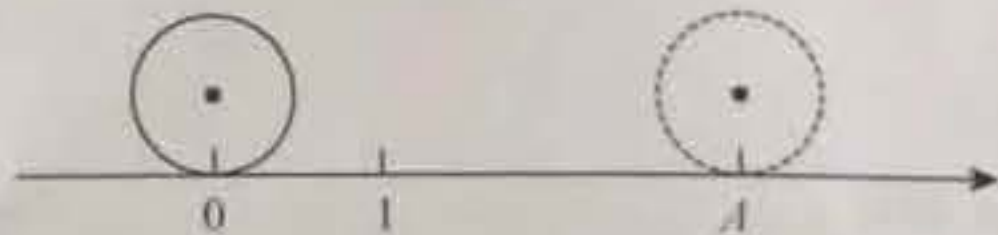


C



D

2. 如图,直径为单位 1 的圆从数轴上的原点沿着数轴无滑动地顺时针滚动一周到达点 A,则点 A 表示的数是



A. 2

B. $\sqrt{2}$

C. π

D. 4

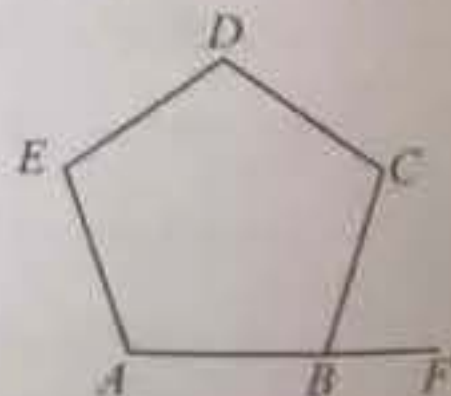
3. 如图,正五边形 ABCDE,点 F 是 AB 延长线上的一点,则 $\angle CBF$ 的度数是

A. 60°

B. 72°

C. 108°

D. 120°



4. 某颗人造地球卫星绕地球运行的速度是 7.9×10^3 m/s,那么这颗卫星绕地球运行一年(一年以 3.2×10^7 s 计算)走过的路程约是

A. 1.1×10^{10} m

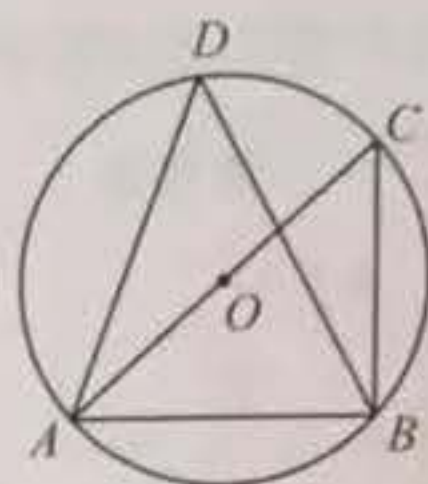
B. 7.9×10^{10} m

C. 2.5×10^{10} m

D. 2.5×10^{11} m

5. 如图,点 A, B, C, D 在 $\odot O$ 上, AC 是 $\odot O$ 的直径, $\angle BAC = 40^\circ$, 则 $\angle D$ 的度数是

- A. 40° B. 50°
C. 60° D. 90°



6. 如果 $a + b = 2$, 那么代数式 $\left(1 + \frac{2b}{a-b}\right) \cdot \frac{a-b}{a^2 + 2ab + b^2}$ 的值是

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. 2

7. 某非物质文化遗产共有 16 名传承艺人, 为了了解每位艺人的日均生产能力, 随机调查了某一天每位艺人的生产件数. 获得数据如下表:

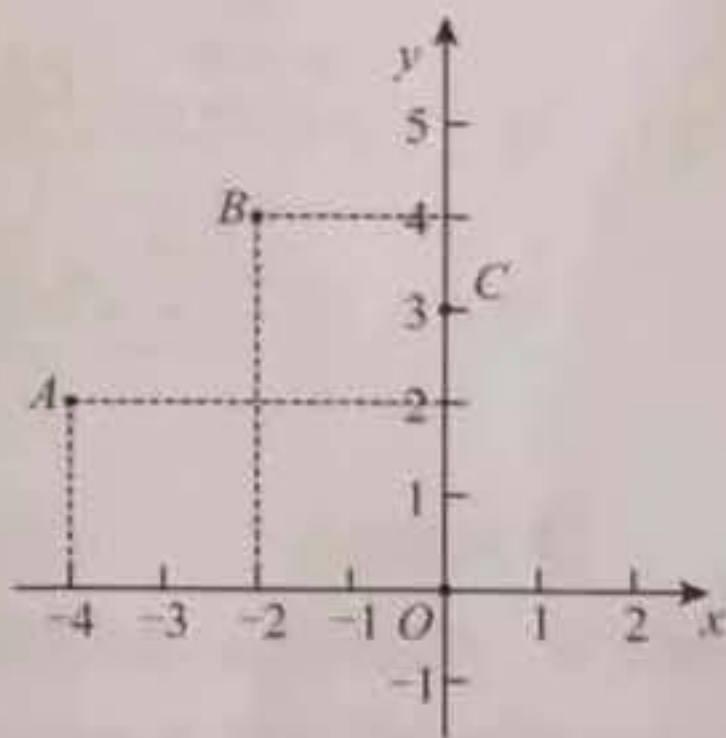
生产件数(件)	10	11	12	13	14	15
人数(人)	1	6	3	3	2	1

从这一天 16 名艺人中随意抽取 1 人, 则他的这一天生产件数最可能的是

- A. 11 件 B. 12 件 C. 13 件 D. 15 件

8. 如图, 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象经过点 A, B, C . 现有下面四个推断:

- ① 抛物线开口向下;
② 当 $x = -2$ 时, y 取最大值;
③ 当 $m < 4$ 时, 关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = m$ 必有两个不相等的实数根;
④ 直线 $y = kx + c$ ($k \neq 0$) 经过点 A, C , 当 $kx + c > ax^2 + bx + c$ 时, x 的取值范围是 $-4 < x < 0$;

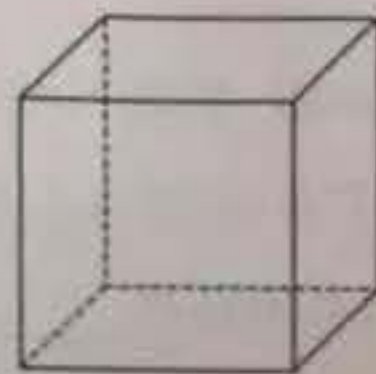


其中推断正确的是

- A. ①② B. ①③
C. ①③④ D. ②③④

二、填空题(本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 如图, 该正方体的主视图是 _____ 形.



10. 若分式 $\frac{1}{x+1}$ 的值是正数, 则 x 的取值范围是 _____.

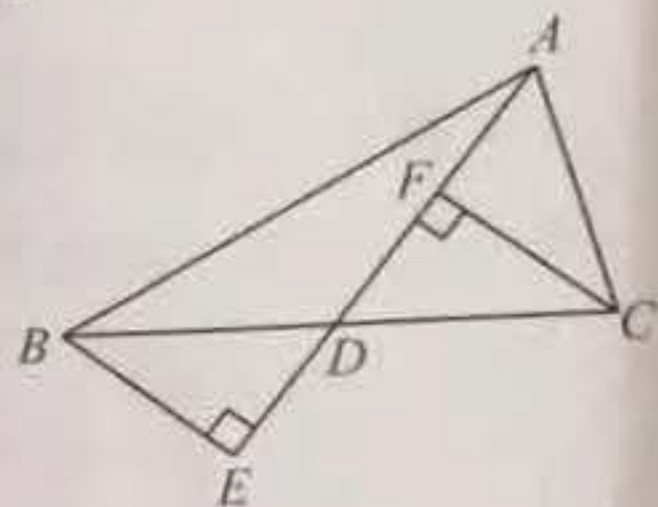


11. 某商场甲、乙、丙三名业务员5个月的销售额(单位:万元)如下表:

销售员 \ 销售额	第1月	第2月	第3月	第4月	第5月
甲	7.2	9.6	9.6	8.0	9.3
乙	7.8	9.7	9.8	5.8	9.9
丙	9.2	5.8	8.5	9.9	9.9

则甲、乙、丙三名业务员中销售额最稳定的是_____.

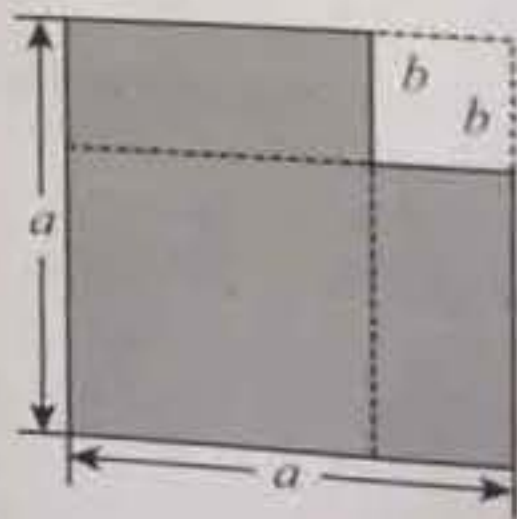
12. 如图,在 $\triangle ABC$ 中,射线 AD 交 BC 于点 D , $BE \perp AD$ 于 E , $CF \perp AD$ 于 F ,请补充一个条件,使 $\triangle BED \cong \triangle CFD$,你补充的条件是_____ (填出一个即可).



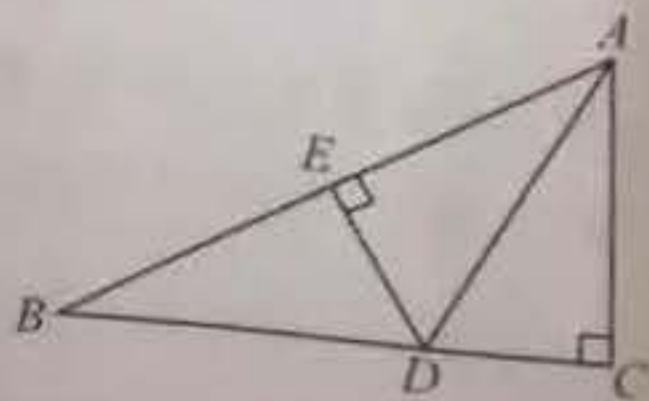
13. 甲乙二人分别从相距20 km的 A, B 两地出发,相向而行.下图是小华绘制的甲乙二人运动两次的情形,设甲的速度是 x km/h,乙的速度是 y km/h,根据题意所列的方程组是_____.



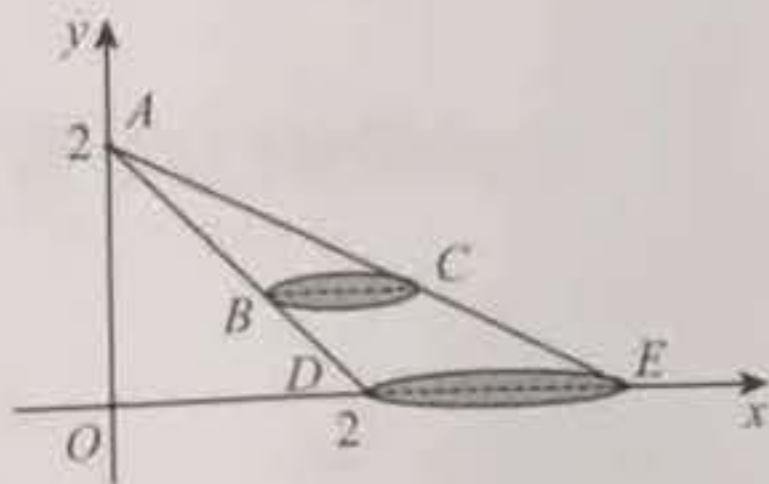
14. 如图,从一个边长为 a 的正方形的一角上剪去一个边长为 b ($a > b$)的正方形,则剩余(阴影)部分正好能够表示一个乘法公式,则这个乘法公式是_____ (用含 a, b 的等式表示).



15. 如图,在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 D ,过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E ,若 $CD = 2, BD = 4$,则 AE 的长是_____.



16. 小明家的客厅有一张直径为1.2米,高0.8米的圆桌BC,在距地面2米的A处有一盏灯,圆桌的影子为DE,依据题意建立平面直角坐标系,其中D点坐标为(2,0),则点E的坐标是_____.



三、解答题(本题共68分,第17-21题,每小题5分,第22-27题,每小题6分,第28题7分)

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 下面是小元设计的“作已知角的角平分线”的尺规作图过程.

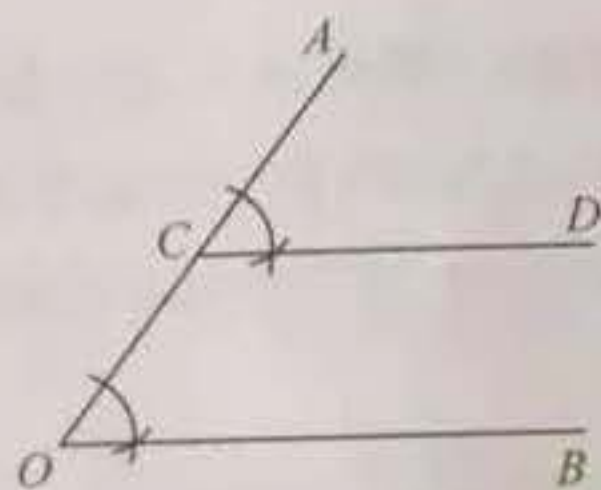
已知:如图, $\angle AOB$.

求作: $\angle AOB$ 的角平分线 OP .

作法:如图,

- ①在射线 OA 上任取点 C ;
- ②作 $\angle ACD = \angle AOB$;
- ③以点 C 为圆心 CO 长为半径画弧,
交射线 CD 于点 P ;
- ④作射线 OP ;

所以射线 OP 即为所求.



根据小元设计的尺规作图过程,完成以下任务.

- (1)补全图形;
- (2)完成下面的证明:

证明: $\because \angle ACD = \angle AOB$,

$\therefore CD \parallel OB$ (_____) (填推理的依据).

$\therefore \angle BOP = \angle CPO$.

又 $\because OC = CP$,

$\therefore \angle COP = \angle CPO$ (_____) (填推理的依据).

$\therefore \angle COP = \angle BOP$.

$\therefore OP$ 平分 $\angle AOB$.

18. 计算: $2\sin 60^\circ + (3 - \pi)^0 - \sqrt{12} + |\sqrt{3} - 1|$.



19. 解不等式组:
$$\begin{cases} 2(x+1) > 3x-1, \\ \frac{x+1}{2} > 1. \end{cases}$$

20. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (k-1)x + k-2 = 0$

(1) 求证: 方程总有两个实数根;

(2) 若方程有一根为正数, 求实数 k 的取值范围.

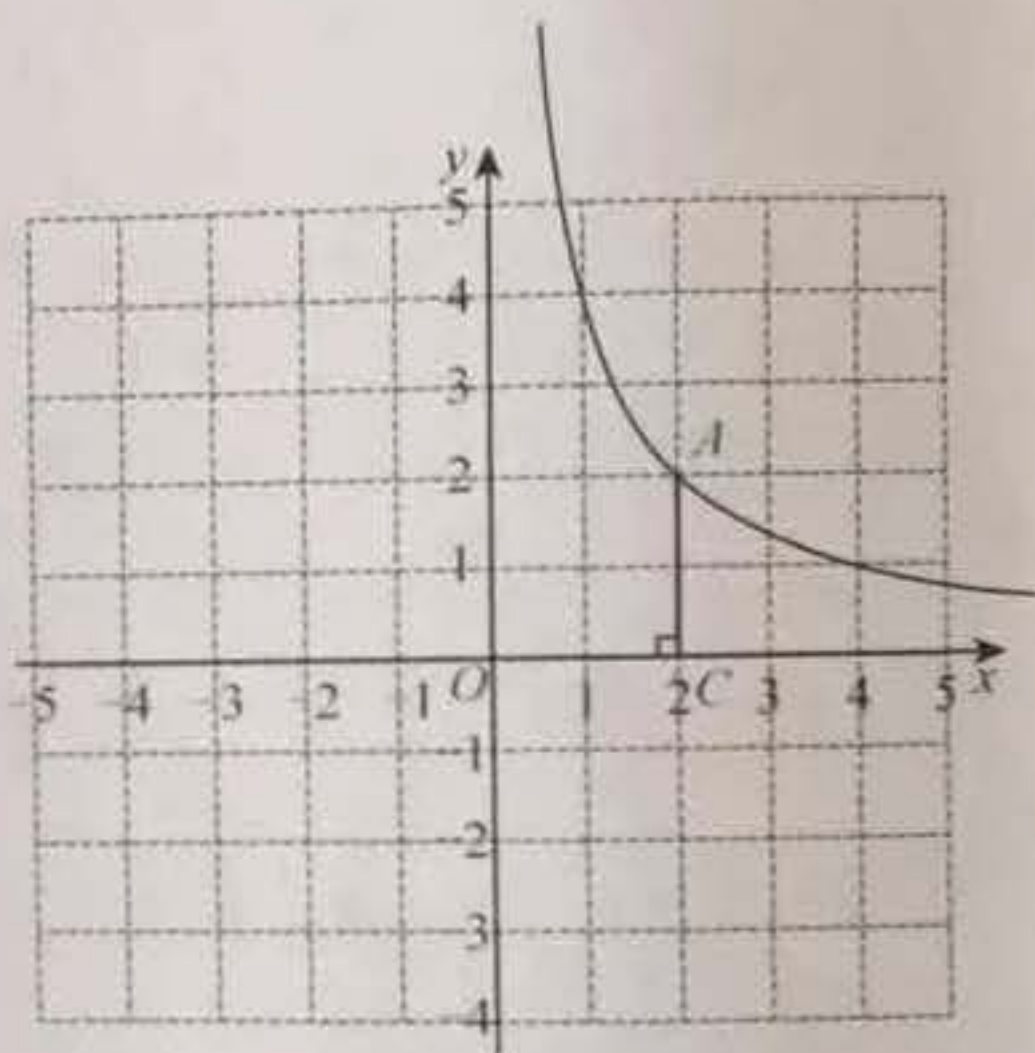
21. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象经过点 A , 作 $AC \perp x$ 轴于点 C .

(1) 求 k 的值;

(2) 直线 $AB: y = ax + b$ ($a > 0$) 图象经过点 A 交 x 轴于点 B . 横、纵坐标都是整数的点叫做整点. 线段 AB, AC, BC 围成的区域(不含边界)为 W .

① 直线 AB 经过 $(0, 1)$ 时, 直接写出区域 W 内的整点个数;

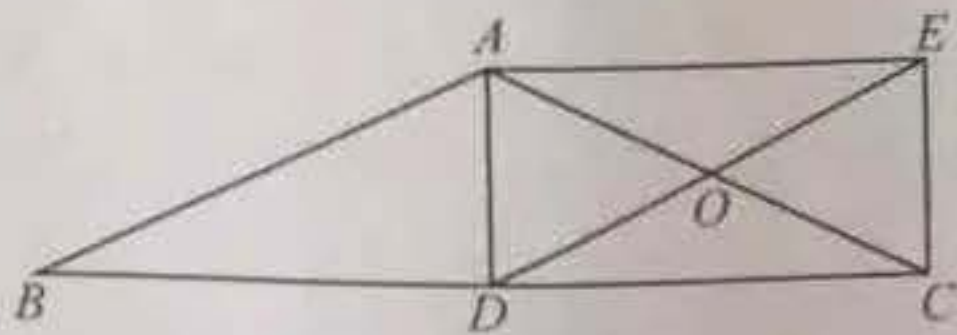
② 若区域 W 内恰有 1 个整点, 结合函数图象, 求 a 的取值范围.



22. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 D 是 BC 边的中点, 连接 AD , 分别过点 A, C 作 $AE \parallel BC$, $CE \parallel AD$ 交于点 E , 连接 DE , 交 AC 于点 O .

(1) 求证: 四边形 $ADCE$ 是矩形;

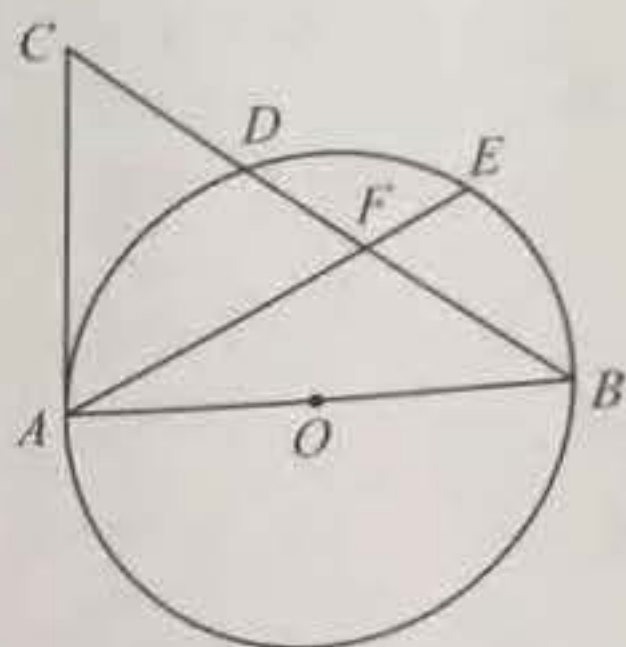
(2) 若 $AB = 10$, $\sin \angle COE = \frac{4}{5}$, 求 CE 的长.



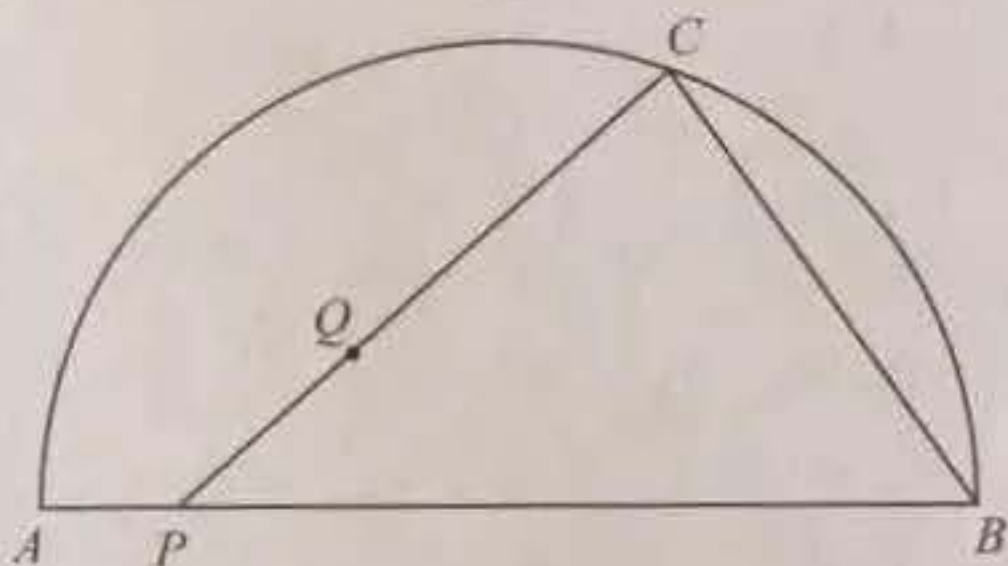
23. 费尔兹奖是国际上享有崇高荣誉的一个数学奖项, 每 4 年评选一次, 在国际数学家大会上颁给有卓越贡献的年龄不超过 40 岁的年轻数学家, 美籍华人丘成桐 1982 年获得费尔兹奖. 为了让学生了解费尔兹奖得主的年龄情况, 我们查取了截止到 2018 年 60 名费尔兹奖得主获奖时的年龄数据, 并对数据进行整理、描述和分析. 下面给出了部分信息.



24. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, AC 切 $\odot O$ 于点 A , 连接 BC 交 $\odot O$ 于点 D , 点 E 是 \widehat{BD} 的中点, 连接 AE 交 BC 于点 F .
- (1) 求证: $AC = CF$;
- (2) 若 $AB = 4, AC = 3$, 求 $\angle BAE$ 的正切值.



25. 如图, 点 P 是 \widehat{AB} 所对弦 AB 上一动点, 点 Q 是 \widehat{AB} 与弦 AB 所围成的图形的内部的一定点, 作射线 PQ 交 \widehat{AB} 于点 C , 连接 BC . 已知 $AB = 6$ cm, 设 A, P 两点间的距离为 x cm, P, C 两点间的距离为 y_1 cm, B, C 两点间的距离为 y_2 cm. (当点 P 与点 A 重合时, x 的值为 0).



小平根据学习函数的经验, 分别对函数 y_1, y_2 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究. 下面是小平的探究过程, 请补充完整:

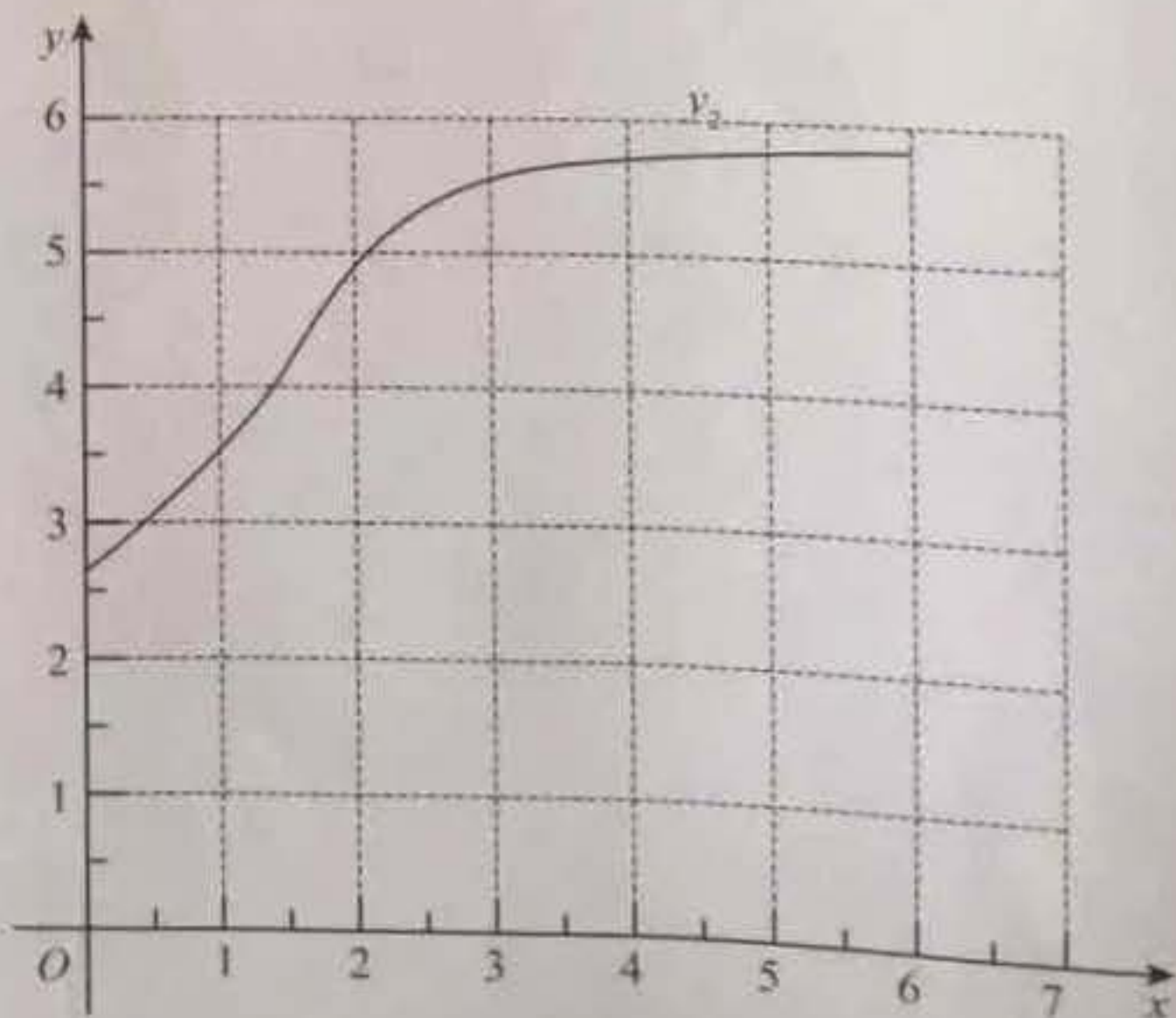
- (1) 按照下表中自变量 x 的值进行取点、画图、测量, 分别得到了 y 与 x 的几组对应值;

x/cm	0	1	2	3	4	5	6
y_1/cm	5.37	4.06	2.83	m	3.86	4.83	5.82
y_2/cm	2.68	3.57	4.90	5.54	5.72	5.79	5.82

经测量 m 的值是 _____
(保留一位小数);

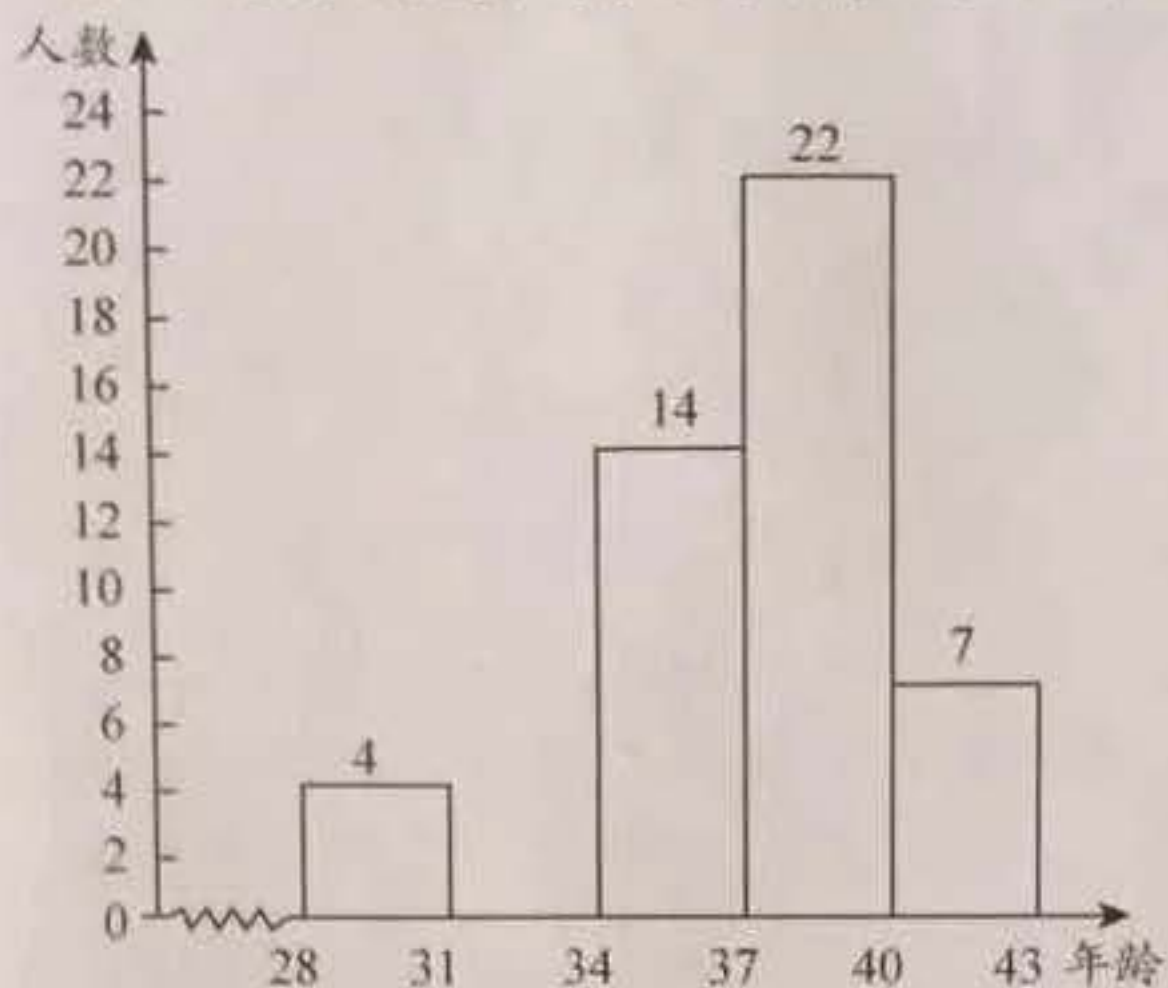
- (2) 在同一平面直角坐标系 xOy 中, 描出补全后的表中各组数值所对应的点 $(x, y_1), (x, y_2)$, 并画出函数 y_1, y_2 的图象;

- (3) 结合函数图象, 解决问题: 当 $\triangle BCP$ 为等腰三角形时, AP 的长度约为 _____ cm.



a. 截止到2018年费尔兹奖得主获奖时的年龄数据的频数分布直方图如下:

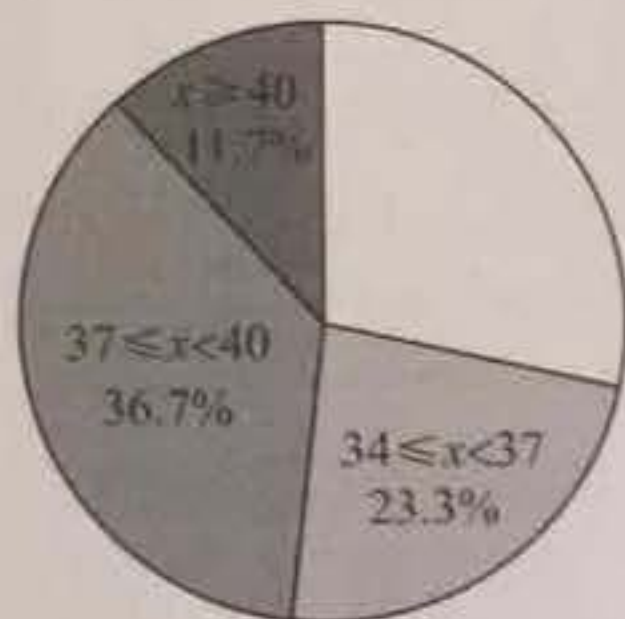
费尔兹奖得主获奖年龄分布图(截止到2018年)



(数据分成5组,各组是 $28 \leq x < 31$, $31 \leq x < 34$, $34 \leq x < 37$, $37 \leq x < 40$, $x \geq 40$):

b. 如图,在a的基础上,画出扇形统计图;

费尔兹奖得主获奖年龄分布图(截止到2018年)



c. 截止到2018年费尔兹奖得主获奖时的年龄在 $34 \leq x < 37$ 这一组的数据是:

36 35 34 35 35 34 34 35 36 36 36 36 34 35

d. 截止到2018年时费尔兹奖得主获奖时的年龄的平均数、中位数、众数如下:

年份	平均数	中位数	众数
截止到2018	35.58	m	37, 38

根据以上信息,回答下列问题:

(1) 依据题意,补全频数直方图;

(2) $31 \leq x < 34$ 这组的圆心角度数是_____度,并补全扇形统计图;

(3) 统计表中中位数 m 的值是_____;

(4) 根据以上统计图表试描述费尔兹奖得主获奖时的年龄分布特征.



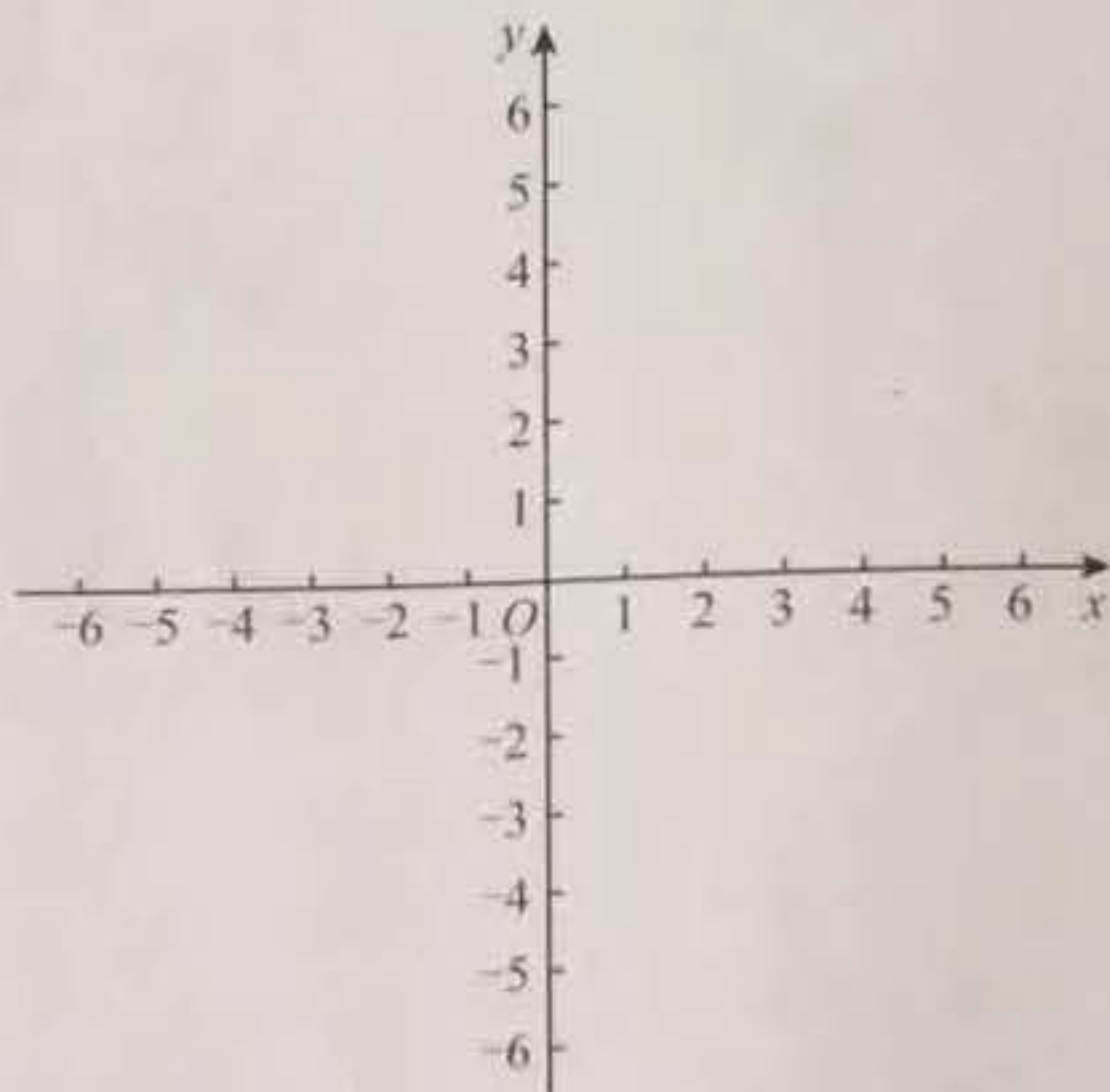
26. 平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = x^2 - 2mx + m^2 - 3$ 与 y 轴交于点 A , 过 A 作 $AB \parallel x$ 轴与直线 $x = 4$ 交于 B 点.

(1) 抛物线的对称轴为 $x =$ _____

(用含 m 的代数式表示);

(2) 当抛物线经过点 A, B 时, 求此时抛物线的表达式;

(3) 记抛物线在线段 AB 下方的部分图象为 G (包含 A, B 两点), 点 $P(m, 0)$ 是 x 轴上一动点, 过 P 作 $PD \perp x$ 轴于 P , 交图象 G 于点 D , 交 AB 于点 C , 若 $CD \leq 1$, 求 m 的取值范围.

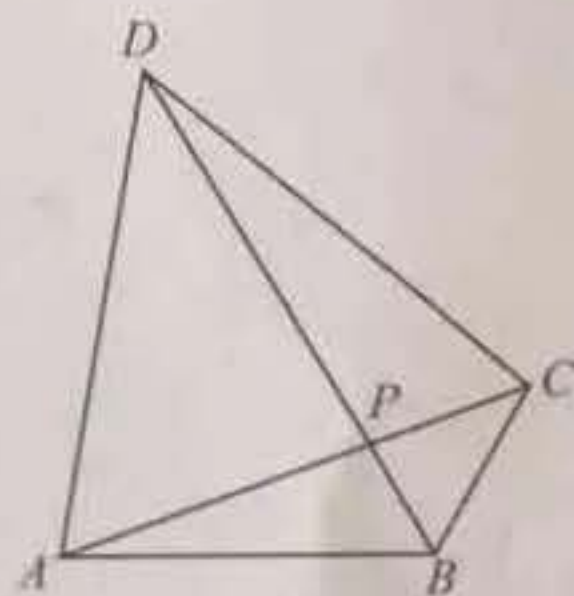


27. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 120^\circ$, 线段 AC 绕点 A 逆时针旋转 60° 得到线段 AD , 连接 CD, BD 交 AC 于 P .

(1) 若 $\angle BAC = \alpha$, 直接写出 $\angle BCD$ 的度数是 _____ (用含 α 的代数式表示);

(2) 求 AB, BC, BD 之间的数量关系;

(3) 当 $\alpha = 30^\circ$ 时, 直接写出 AC, BD 的关系.



28. 对于平面直角坐标系 xOy 中的图形 P, Q , 给出如下定义: M 为图形 P 上任意一点, N 为图形 Q 上任意一点, 如果 M, N 两点间的距离有最小值, 那么称这个最小值为图形 P, Q 间的“非常距离”, 记作 $d(P, Q)$. 已知点 $A(4, 0), B(0, 4)$, 连接 AB .

(1) $d(\text{点 } O, AB) =$ _____;

(2) $\odot O$ 半径为 r , 若 $d(\odot O, AB) = 0$, 求 r 的取值范围;

(3) 点 $C(-3, -2)$, 连接 AC, BC ,

$\odot T$ 的圆心为 $T(t, 0)$, 半径为 2,

$d(\odot T, \triangle ABC)$, 且 $0 < d < 2$, 求 t 的取值范围.

