

数学

-----通往星辰大海的密钥

北京交通大学附属中学
2022 级初一年级数学引桥课程

姓名：_____

大家好！首先，对同学们到交大附中来学习表示祝贺和欢迎！

想必大家都已卯足了劲，准备有一个好的开始，争做一名优秀的交大附中学子了吧！但是要怎么使劲？准备些什么？初中与小学数学的学习会有哪些差异？还象以前那样学成不成？这些问题，许多有心的同学都在关注和思考。

在小学上数学课，许多同学关注的是否能听懂学会，在老师的反复强调、要求、训练、提醒下，是否能把题做对。而上了初中，不再是简单“应对”、单纯完成老师布置的书面作业就能“了事”的了。除了要在“听懂、学会、做对、简捷”的基础上，重视基础知识的积累、基本技能的掌握、基本方法的运用、基本能力的培养、数学思维的训练外，要更加注重提高学习的自觉性、主动性，注重良好习惯的养成，学会读书、学会思考。即如何学会读懂数学书，把基础知识理解得更加透彻、把数学基本技能、方法、思想掌握得更加熟练、运用得更加灵活。在研究、解决数学问题的过程中，使学习数学的兴趣不断增强；在不断总结、反思的过程中，使学习数学的能力不断提升。

为了帮助大家能够尽快适应和达到进入我校初中数学教学的基本要求，数学组的老师们编写了《交大附中 2022 级初一年级数学引桥课程》，它对初中第一章《有理数》的知识进行了预习。要求每一位同学都能重视和使用好这本引桥课程，仔细阅读材料，认真解答问题，解题方法合理，运算准确无误，书写表达工整，深入总结反思。通过自己的努力，争取完成好从小学到初中数学学习的衔接过渡，使自己对学好中学的数学更加有信心。

学好数学不难，只要认真对待。

享受学习中的快乐，感受成功中喜乐！

下面是数学暑假作业的具体要求：

(1) 每天完成一个《交大附中 2022 级初一年级数学引桥课程》练习，一定要弄懂原因呀！

(2) 计算是初一要过的重要的基本功，所以给同学们推荐一本关于计算方面的书籍，请同学们认真阅读，并用 A4 纸，完成一份手抄！可以是你的心得体会，也可以是你推荐的某种简算方法！

书名：《算得快》 作者：刘后一；出版社：中国少年儿童出版社；

有很多同学说自己的计算能力不强，毫无疑问，除了熟练以外算法也是十分重要的。而本书就是教给你一些好的速算方法的。而本书的不同还在于你除了掌握方法还掌握了算理。

读完了这本书以后，你也许会问：是不是所有的速算法，这本书全讲到了？这时候请你记住：知识是没有穷尽的。你只要懂了道理，就可以自己创造出许多新的方法来。还有，当你看这本书的时候，碰到有什么不懂的地方，希望你多多思考，多多和同学们讨论，多多问问身边的长辈。

学每一种速算方法的时候，你也许觉得有点麻烦，还不如照一般的方法按部就班地算来得快哩。这时候，请你记住古人的两句诗：欲穷千里目，更上一层楼。每克服了学习上的一个困难，你就会得到无穷的乐趣。才学会一种速算方法的时候，你计算起来一定并不快，还可能弄错。这时候请你记住“熟能生巧”这句话。这本书每节都有习题，书末附有答案。

刘后一先生是我国著名科普作家。他从 1940 年代就开始从事科普创作。《算得快》是他在 1960 年代初写的，深受广大少年儿童喜爱的科普作品，以后多次再版修订，并译成多种文字，累计印数近一千万册，是名副其实的优秀畅销书。“《算得快》，卖得快！”是全国新华书店的一致反映，你不想看看吗？

交大附中 初一数学组

交大附中 2022 级初一年级引桥课程 数学（一）

阅读以下内容，完成相应的习题。

1.1 正数和负数

数的产生和发展离不开生活和生产的需要。



由记数、排序，产生数 1, 2, 3, ...



由表示“没有”“空位”，产生数 0



由分物、测量，产生分数 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, ...

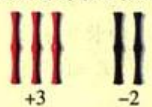
图 1.1-1

这些数中哪些数的形式与以前学习的数有区别？

章前图中表示温度、净胜球数、加工允许误差时，用到数 -3 , 3 , 2 , -2 , 0 , $+0.5$, -0.5 .

这里出现了一种新数： -3 , -2 , -0.5 . 在前面的实际问题中它们分别表示：零下 3 摄氏度，净输 2 球，小于设计尺寸 0.5 mm. 像 -3 , -2 , -0.5 这样的数（即在以前学过的 0 以外的数前面加上负号“ $-$ ”的数）叫做**负数**（negative number）. 而 3 , 2 , $+0.5$ 在问题中分别表示零上 3 摄氏度，净胜 2 球，大于设计尺寸 0.5 mm, 它们与负数具有相反的意义. 我们把这样的数（即以前学过的 0 以外的数）叫做**正数**（positive number）. 根据需要，有时在正数前面也加上“ $+$ ”（正）号. 例如， $+3$, $+2$, $+0.5$, $+\frac{1}{3}$, ... 就是 3, 2, 0.5, $\frac{1}{3}$, ... 一个数前面的“ $+$ ”“ $-$ ”号叫做它的符号.

中国古代用算筹（表示数的工具）进行计算，红色算筹表示正数，黑色算筹表示负数.



数 0 既不是正数，也不是负数.

思考

你所知道的数可以分成哪些种类？你是按照什么划分的？

所有正整数组成正整数集合，所有负整数组成负整数集合.

我们学过的数有：

正整数，如 1, 2, 3, ...;

零，0;

负整数，如 -1 , -2 , -3 , ...;

正分数，如 $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{15}{7}$, 0.1, 5.32, ...;

负分数，如 -0.5 , $-\frac{5}{2}$, $-\frac{2}{3}$, $-\frac{1}{7}$, -150.25 , ...

rational number
原意为可写成两个整数的比的数。例如，分数 $\frac{2}{3}$ 是2与3的比；整数5可以看作分母为1的分数 $\frac{5}{1}$ 。1.5可以看作哪两个整数的比？

思考

0.1, -0.5, 5.32, -150.25 等为什么被列为分数？

正整数、0、负整数统称**整数** (integer)，正分数和负分数统称**分数** (fraction)。
整数和分数统称**有理数** (rational number)。

一、判断题(正确的在括号内画“√”，错误的画“×”)

- () 1. 某仓库运出 30 吨货记作 -30 吨，则运进 20 吨货记作 +20 吨。
- () 2. 甲、乙两厂本月产量与上月相比，甲厂记为 +3%，表示增产了 3%，乙厂记为 -1.2%，表示减产了 1.2%。
- () 3. 身高增长 1.2cm 和体重减轻 1.2kg 是一对具有相反意义的量。
- () 4. 前面添上“-”号的数是负数。
- () 5. 有正号的数是正数，带有负号的数是负数。
- () 6. 理数是正数和负数的统称。
- () 7. 最小的正整数，但没有最小的正有理数。
- () 8. 负数一定是正数。
- () 9. 0 是负分数。

二、填空题

- 10. 向银行存入 3000 元记作 +3000 元，那么取出 1500 元记作 _____ 元。
- 11. 如果以每月生产 180 个零件为准，超过的零件数记作正数，不足的零件数记作负数，那么 1 月生产 160 个零件记作 _____ 个，2 月生产 200 个零件记作 _____ 个。
- 12. 甲冷库的温度为 -6℃，乙冷库的温度比甲冷库低 5℃，则乙冷库的温度是 _____。
- 13. 若甲、乙、丙三地的海拔高度分别为 50 米、-20 米、-10 米，则其中最高的地方比最低的地方高 _____ 米。
- 14. _____ 既不是正数，也不是负数；它 _____ 整数， _____ 有理数(填“是”或“不是”)。
- 15. 把下列各数填在相应的大括号内：

27, $-\frac{1}{5}$, 8.5, -14, $-2\frac{3}{4}$, 0.5, -3.14, 0, 6, $\frac{4}{7}$

- 正数集合 { _____ ... }
- 负数集合 { _____ ... }
- 非负数集合 { _____ ... }
- 有理数集合 { _____ ... }

- 16. 观察下列数， $-1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \dots$ 。依照这样的规律，第 2013 个数是 _____，
如果这一列数无限排列下去，越来越接近 _____。
- 17. 潜水艇上浮为正，下潜为负。若潜水艇原先在距水面 80 米深处，后来两次活动记录的情况是 -10 米，+20 米，则现在潜水艇在距水面 _____ 米的深处。
- 18. 一幢大楼地面上有 12 层，地下有 2 层。如果把地面上的第一层作为基准，记为 0，规定向上为正，那么习惯上将 2 楼记为 _____；地下第一层记作 _____；数 -2 的实际意义为 _____，数 +9 的实际意义为 _____。
- 19. 既不是正数，也不是负数的有理数是 _____。
- 20. 一种零件的长度在图纸上是 (10 ± 0.05) 毫米，表示这种零件的标准尺寸是 10 毫米，加工要求最大不超过 _____ 毫米，最小不小于 _____ 毫米。

交大附中 2022 级初一年级引桥课程 数学（二）

阅读以下内容，完成相应的习题。

小学我们用过下图表示位置：

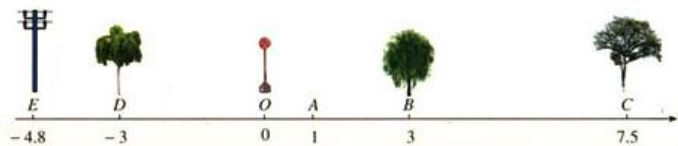


图 1.2-1

图 1.2-1 把正数、0 和负数用一条直线上的点表示出来。

-4.8 中的负号“-”与“4.8”各表示什么意思？

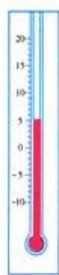


图 1.2-2

观察

图 1.2-2 中的温度计可以看作表示正数、0 和负数的直线吗？它和图 1.2-1 有什么共同点，有什么不同点？

一般地，在数学中人们用画图的方式把数“直观化”。通常用一条直线上的点表示数，这条直线叫做**数轴** (number axis)，它满足以下要求：

- (1) 在直线上任取一个点表示数 0，这个点叫做**原点** (origin)；
- (2) 通常规定直线上从原点向右（或上）为正方向，从原点向左（或下）为负方向；
- (3) 选取适当的长度为单位长度，直线上从原点向右，每隔一个单位长度取一个点，依次表示 1, 2, 3, ...；从原点向左，用类似方法依次表示 -1, -2, -3, ... (图 1.2-3)。

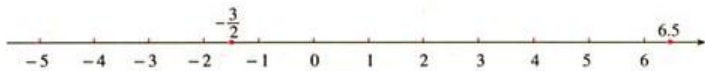


图 1.2-3

分数或小数也可以用数轴上的点表示，例如从原点向右 6.5 个单位长度的点表示小数 6.5，从原点向左 $\frac{3}{2}$ 个单位长度的点表示分数 $-\frac{3}{2}$ (图 1.2-3)。



一般地，设 a 是一个正数，则数轴上表示数 a 的点在原点的____边，与原点的距离是____个单位长度；表示数 $-a$ 的点在原点的____边，与原点的距离是____个单位长度。

数轴的出现对数学的发展起了重要作用，以它作基础，很多数学问题都可以借助图直观地表示。

可以看出,图 1.2-1 中 D, B 两点虽然分别在原点的左边和右边,但是它们与原点的距离都等于 3.



数轴上与原点的距离是 2 的点有____个,这些点表示的数是____; 与原点的距离是 5 的点有____个,这些点表示的数是_____.



一般地,设 a 是一个正数,数轴上与原点的距离是 a 的点有两个,它们分别在原点左右,表示 $-a$ 和 a (图 1.2-4),我们说这两点关于原点对称.

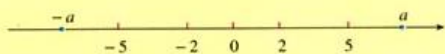


图 1.2-4

像 2 和 -2 , 5 和 -5 这样,只有符号不同的两个数叫做互为**相反数** (opposite number). 这就是说,2 的相反数是 -2 , -2 的相反数是 2; 5 的相反数是 -5 , -5 的相反数是 5.

一般地, a 和____互为相反数. 特别地, 0 的相反数仍是 0.



数轴上表示相反数的两个点和原点有什么关系?

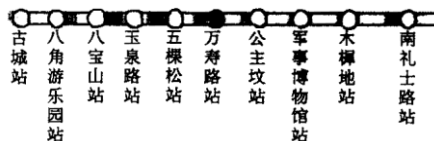
一. 填空题

- 数轴上,表示 -3 的点到原点的距离是____个单位长度,与原点距离为 3 个单位长的点表示的数是_____.
- 数轴上 A, B 两点分别在原点的两旁,并且与原点的距离相等,已知点 A 表示的数是 -10 , 则点 B 表示的数为_____.
- 化简下列各数:
 - $-(-\frac{2}{3}) = \underline{\hspace{2cm}}$.
 - $-(+\frac{4}{5}) = \underline{\hspace{2cm}}$.
 - $- \{ + [- (+3)] \} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 比较大小: $-\frac{3}{4} \underline{\hspace{1cm}} -\frac{7}{8}$; $-(+\frac{2}{3}) \underline{\hspace{1cm}} +(-\frac{3}{4})$; $-(-3.14) \underline{\hspace{1cm}} -(-\pi)$.
- 设 a 是一个正数,则数轴上表示数 a 的点在原点____边,与原点的距离是____个单位长度;表示数 $-a$ 的点在原点____边,与原点的距离是____个单位长度.
- 若 $-m$ 是正数,则 m 是____数; m 是 $-m$ 的____数.
- 若 p, q 两数在数轴上的位置如下图所示,请用“ $<$ ”或“ $>$ ”填空.



- $p \underline{\hspace{1cm}} q$;
 - $-p \underline{\hspace{1cm}} 0$;
 - $-q \underline{\hspace{1cm}} 0$;
 - $-p \underline{\hspace{1cm}} -q$;
 - $-p \underline{\hspace{1cm}} q$;
 - $p \underline{\hspace{1cm}} -q$.
8. 已知 $-1 < a < 0 < 1 < b$, 请按从小到大的顺序排列 $-1, -a, 0, 1, -b$ 为_____.
9. 如图为北京地铁的部分线路. 假设各站之间的距离相等表示为一个单位长. 现以万寿路站为原点, 向右

的方向为正，那么表示木樨地站的数为_____表示古城站的数为_____如果改以古城站为原点，那么表示木樨地站的数变为_____.



二、选择题

10. 下列说法中正确的有()

①-3 和+3 互为相反数；②符号不同的两个数互为相反数；③互为相反数的两个数必定一个是正数，一个是负数；④ π 的相反数是-3.14；⑤一个数和它的相反数不可能相等.

(A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 4 个

11. 如图，有理数 a, b 在数轴上对应的点如下，则有().



(A) $a > 0 > b$ (B) $a > b > 0$ (C) $a < 0 < b$ (D) $a < b < 0$

12. 从原点开始向左移动 3 个单位，再向右移动 1 个单位后到达 A 点，则 A 点表示的数是().

(A) 3 (B) 4 (C) 2 (D) -2

三、解答题

13. 已知 m, n 互为相反数，试求： $2m + 2n + 2 - \frac{m+n}{3}$ 的值.

交大附中 2022 级初一年级引桥课程 数学 (三)

阅读以下内容，完成相应的习题.

这里的数 a 可以是正数、负数和 0.

一般地，数轴上表示数 a 的点与原点的距离叫做数 a 的**绝对值** (absolute value)，记作 $|a|$. 例如，图 1.2-5 中 A, B 两点分别表示 10 和 -10，它们与原点的距离都是 10 个单位长度，所以 10 和 -10 的绝对值都是 10，即

$$|10| = 10, |-10| = 10.$$

显然 $|0| = 0$.

由绝对值的定义可知：**一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；0 的绝对值是 0.**

(1) 当 a 是正数时， $|a| = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2) 当 a 是负数时， $|a| = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

(3) 当 $a=0$ 时， $|a| = \underline{\hspace{2cm}}$.

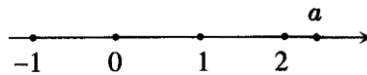
你可以给 a 取些具体数值检验你填写的结果是否正确.

一、填空题

1. 填表：

有理数	-9	3.75	$-\frac{3}{4}$	0	-0.001	-1
绝对值						
相反数						

2. 一个正数的绝对值是_____；_____数的绝对值是它的相反数；_____的绝对值是零；绝对值最小的数是_____.
3. 绝对值小于 143.5 的所有整数的和为_____.
4. 两个正数比大小，绝对值大的_____；两个负数比大小，绝对值大的_____.
5. 绝对值小于 4 的整数中，最大的整数是_____，最小的整数是_____.
6. 比大小： $-\frac{5}{6}$ _____ $\frac{4}{5}$ ， $-3\frac{5}{6}$ _____ $-3\frac{6}{7}$ ， $|\frac{1}{2}|$ _____ $|\frac{1}{3}|$ ， $-|-1|$ _____ $-|+0.1|$ ， $-1.\dot{3}\dot{8}$ _____ -1.384 ， 0.0001 _____ -1000 ， $-\pi$ _____ -3.14 .
7. _____的相反数小于它本身；_____的绝对值大于它本身；_____的相反数、绝对值和它本身都相等.
8. 若 $a > b$ ， a, b 均是正数，比较大小： $|a|$ _____ $|b|$ ；
若 $a < b$ ， a, b 均是负数，比较大小： $|a|$ _____ $|b|$.
9. 若 m, n 互为相反数，则 $|m|$ _____ $|n|$.
10. 若 $|x| = |y|$ ，则 x, y 的关系是_____.
11. 如果 $|x| = 2$ ，那么 $x =$ _____；如果 $|-x| = 2$ ，那么 $x =$ _____.
12. 当 $|a| = a$ 时，则 a _____.
13. 若 $|a-2| + |b+3| = 0$ ，则 $a =$ _____， $b =$ _____.
14. 已知 $|x| = 2$ ， $|y| = 5$ ，且 $x > y$ ，则 $x =$ _____， $y =$ _____.
15. 满足 $3.5 < |x| \leq 6$ 的 x 的整数值是_____.
16. 数 a 在数轴上的位置如图所示，则 $|2-a| =$ _____.



三、解答题.

17. 计算：

$$(1) |-16| + |-24| + |+30| \qquad (2) |-2\frac{3}{4}| \times |-2\frac{2}{15}|$$

18. 飞机提前两分钟到达记为+2，推迟 10 分钟到达记为-10，准点到达记为 0. 下面是 5 家航空公司一年来的到达时间平均值统计表. 请利用学过的绝对值的知识评价一下哪家航空公司最好，哪家航空公司最差.

航空公司	A	B	C	D	E
起飞时间	-40	+10	0	-5	+30

交大附中 2022 级初一年级引桥课程 数学（四）

阅读以下内容，完成相应的习题。

数学中规定：在数轴上表示有理数，它们从左到右的顺序，就是从小到大的顺序，即左边的数小于右边的数。

由这个规定可知， $-6 < -5$ ， $-5 < -4$ ， $-4 < -3$ ， $-2 < 0$ ， $-1 < 1$ ，...

(1) 正数大于 0，0 大于负数，正数大于负数；

(2) 两个负数，绝对值大的反而小。

例如， $1 > 0$ ， $0 > -1$ ，
 $1 > -1$ ， $-1 > -2$ 。

看下面的问题。

一个物体作左右方向的运动，我们规定向左为负，向右为正。向右运动 5 m 记作 5 m，向左运动 5 m 记作 -5 m。

如果物体先向右运动 5 m，再向右运动 3 m，那么两次运动后总的结果是什么？

两次运动后物体从起点向右运动了 8 m。写成算式就是

$$5 + 3 = 8. \quad \textcircled{1}$$

如果物体先向左运动 5 m，再向左运动 3 m，那么两次运动后总的结果是什么？

两次运动后物体从起点向左运动了 8 m。写成算式就是

$$(-5) + (-3) = -8. \quad \textcircled{2}$$

这个运算也可以用数轴表示，其中假设原点 O 为运动起点（图 1.3-1）。



图 1.3-1

如果物体先向右运动 5 m，再向左运动 3 m，那么两次运动后物体从起点向右运动了 2 m。写成算式就是

$$5 + (-3) = 2. \quad \textcircled{3}$$

这个运算也可以用数轴表示，其中假设原点 O 为运动起点（图 1.3-2）。

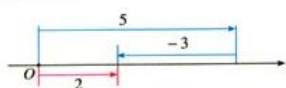


图 1.3-2

一、选择题

1. 两数相加，和比每个加数都小，那么这两个数是()。

- (A) 同为负数 (B) 两数异号 (C) 同为正数 (D) 负数和零



探究

利用数轴，求以下情况时物体两次运动的结果：

(1) 先向右运动 3 m，再向左运动 5 m，物体从起点向_____运动了_____ m；

(2) 先向右运动 5 m，再向左运动 5 m，物体从起点向_____运动了_____ m；

(3) 先向左运动 5 m，再向右运动 5 m，物体从起点向_____运动了_____ m。

这三种情况运动结果的算式如下：

$$3 + (-5) = -2; \quad \textcircled{4}$$

$$5 + (-5) = 0; \quad \textcircled{5}$$

$$(-5) + 5 = 0. \quad \textcircled{6}$$

如果物体第 1 秒向右（或左）运动 5 m，第 2 秒原地不动，两秒后物体从起点向右（或左）运动了 5 m。写成算式就是

$$5 + 0 = 5 \quad \text{或} \quad (-5) + 0 = -5. \quad \textcircled{7}$$

考虑有理数的运算结果时，既要考虑它的符号，又要考虑它的_____。

你能从算式①~⑦中发现有理数加法的运算法则吗？

有理数加法法则

1. 同号两数相加，取相同的符号，并把绝对值相加。
2. 绝对值不相等的异号两数相加，取绝对值较大的加数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值。互为相反数的两个数相加得 0。
3. 一个数同 0 相加，仍得这个数。



思考

我们以前学过加法交换律、结合律，在有理数的加法中它们还适用吗？计算

$$30 + (-20), \quad (-20) + 30.$$

两次所得的和相同吗？

换几个加数再试一试。

有理数的加法中，两个数相加，交换加数的位置，和不变。

$$\text{加法交换律: } a + b = \underline{\hspace{2cm}}.$$

计算

$$[8 + (-5)] + (-4), \quad 8 + [(-5) + (-4)].$$

两次所得的和相同吗？换几个加数再试一试。

有理数的加法中，三个数相加，先把前两个数相加，或者先把后两个数相加，和不变。

$$\text{加法结合律: } (a + b) + c = \underline{\hspace{2cm}}.$$

2. 若 m 为有理数, 则 $m + |m|$ 的结果必为().
 (A)正数 (B)负数 (C)非正数 (D)非负数

二、计算题

3. $(+8)+(-17)=$ _____ 4. $(-17)+(-15)=$ _____
5. $(-32.8)+(+51.76)=$ _____ 6. $(-3.07)+(+3.07)=$ _____
7. $0+(-5\frac{2}{3})=$ _____ 8. $(-5\frac{2}{3})+(-2.7)=$ _____
9. $(+6\frac{1}{3})+(-3\frac{1}{2})=$ _____
10. $(-10.5)+22.3+12.5+\frac{7}{20}$ 11. $(+7)+(-21)+(-7)+(+21)$
12. $0+(-3.71)+(+1.71)-(-5)$ 13. $(-\frac{3}{7})+(+\frac{1}{5})+(+\frac{2}{7})+(-1\frac{1}{5})$
14. $(-2.125)+(+3\frac{1}{5})+(+5\frac{1}{8})+(-3.2)$ 15. $(-3\frac{5}{7})+(+15.5)+(-6\frac{2}{7})+(-5\frac{1}{2})$
16. $(-1)+(+2)+(-3)+(+4)+\cdots+(-99)+(+100)$

三、解答题

17. 小虫从点 O 出发在一条直线上来回爬行, 向右爬行的路程记为正, 向左爬行的路程记为负, 爬行的各段路程依次为: $+5, -3, +10, -8, -6, +12, -10$. (单位: cm)

(1)小虫最后是否回到出发点 O ?为什么?

(2)小虫离开 O 点最远时是多少?

(3)在爬行过程中, 如果每爬行 1cm 奖励 1 粒芝麻, 则小虫一共可以得到多少粒芝麻?

18. 有一批食品罐头标准质量为每听 454 克, 现抽取 10 听样品进行检测, 结果如下表: (单位: 克)

听号	1	2	3	4	5
质量	444	459	454	459	454
听号	6	7	8	9	10
质量	454	449	454	459	464

这 10 听罐头的平均质量是多少克?想一想: 有没有好的方法算得又快又准确?

交大附中 2022 级初一年级引桥课程 数学（五）

阅读以下内容，完成相应的习题。

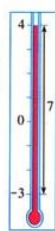


图 1.3-4

实际问题中有时还要涉及有理数的减法。例如，某地一天的气温是 $-3 \sim 4$ $^{\circ}\text{C}$ ，这天的温差(最高气温减最低气温，单位： $^{\circ}\text{C}$)就是 $4 - (-3)$ 。这里用到正数与负数的减法。

减法是加法相反的运算，计算 $4 - (-3)$ ，就是要求出一个数 x ，使得 x 与 -3 相加得 4。因为 7 与 -3 相加得 4，所以 x 应该是 7，即

$$4 - (-3) = 7. \quad \text{①}$$

另一方面，我们知道

$$4 + (+3) = 7, \quad \text{②}$$

由①②有

$$4 - (-3) = 4 + (+3). \quad \text{③}$$

换几个数再试一试。

讨论

从③式能看出减 -3 相当于加哪个数吗？把 4 换成 0， -1 ， -5 ，用上面的方法考虑

$$0 - (-3), (-1) - (-3), (-5) - (-3).$$

这些数减 -3 的结果与它们加 $+3$ 的结果相同吗？

计算

$$9 - 8, 9 + (-8); 15 - 7, 15 + (-7).$$

从中又能有新发现吗？

归纳

有理数的减法可以转化为加法来进行。

有理数减法法则

减去一个数，等于加这个数的相反数。

有理数减法法则也可以表示成

$$a - b = a + (-b).$$

归纳

引入相反数后，加减混合运算可以统一为加法运算。

$$a + b - c = a + b + \underline{\hspace{2cm}}.$$

式子

$$(-20) + (+3) + (+5) + (-7)$$

是 -20 ， 3 ， 5 ， -7 这四个数的和，为书写简单，可以省略式中的括号和加号，把它写为

$$-20 + 3 + 5 - 7.$$

这个式子可以读作“负 20、正 3、正 5、负 7 的和”，或读作“负 20 加 3 加 5 减 7”。例 6 的运算过程也可以简单地写为

$$\begin{aligned} & (-20) + (+3) - (-5) - (+7) \\ &= -20 + 3 + 5 - 7 \\ &= -20 - 7 + 3 + 5 \\ &= -27 + 8 \\ &= -19. \end{aligned}$$

计算：1. $(+15) - (-11) = \underline{\hspace{2cm}}$ ； 2. $(+15) - (+11) = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

3. $0 - (+3.75) = \underline{\hspace{2cm}}$ ； 4. $|-4| - |-9| = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

5. $(-\frac{1}{2}) - (-\frac{1}{3}) - (-\frac{2}{3})$

6. $(+12) - (+18) - (+23) + (+51)$

7. $(+3\frac{2}{5}) + (-2\frac{7}{8}) - (-5\frac{3}{5}) - (+\frac{1}{8})$

8. $(+132) - (+124) - (+16) + 0 + (-132) + (+16)$

9. $-6 - 6 + 9$

10. $-5.4 + 0.2 - 0.6 + 0.8$

11. $2\frac{1}{5} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{6}$

12. $\frac{1}{2} + (-\frac{2}{3}) - (-\frac{4}{5}) + (-\frac{1}{2}) - (+\frac{1}{3})$

13. $(+2\frac{3}{5}) + (-7\frac{3}{4}) - (-3.75) - (+6.2)$

14. $(-1\frac{1}{2}) - (+3\frac{1}{4}) + (-4\frac{1}{3}) + (+2\frac{2}{3})$

15. $(-\frac{2}{3}) - (-1\frac{3}{4}) - (-1\frac{2}{3}) + (-1.75)$

16. $(-2.125) + 3\frac{1}{5} - (-5\frac{3}{8}) - (+3.2)$

17. $\frac{2}{3} + \frac{17}{3} - \frac{7}{2} - \frac{29}{2} - 5$

18. $-\frac{2}{3} - \frac{3}{4} + 1\frac{1}{2} + \frac{3}{4} - 2 + \frac{2}{3}$

交大附中 2022 级初一年级引桥课程 数学（六）

阅读以下内容，完成相应的习题。

我们已经熟悉正数及 0 的乘法运算，引入负数以后，怎样进行有理数的乘法运算呢？

下面仍然借助数轴来研究有理数的乘法。

如图 1.4-1，一只蜗牛沿直线 l 爬行，它现在的位置恰在 l 上的点 O 。



图 1.4-1

(1) 如果蜗牛一直以每分 2 cm 的速度向右爬行，3 分后它在什么位置？

(2) 如果蜗牛一直以每分 2 cm 的速度向左爬行，3 分后它在什么位置？

(3) 如果蜗牛一直以每分 2 cm 的速度向右爬行，3 分前它在什么位置？

(4) 如果蜗牛一直以每分 2 cm 的速度向左爬行，3 分前它在什么位置？

为区分方向，我们规定：向左为负，向右为正；为区分时间，我们规定：现在前为负，现在后为正。

(1) 3 分后蜗牛应在 l 上点 O 右边 6 cm 处（图 1.4-2），这可以表示为

$$(+2) \times (+3) = +6. \quad \textcircled{1}$$



图 1.4-2

(2) 3 分后蜗牛应在 l 上点 O 左边 6 cm 处（图 1.4-3），这可以表示为

$$(-2) \times (+3) = -6. \quad \textcircled{2}$$



图 1.4-3

(3) 3 分前蜗牛应在 l 上点 O 左边 6 cm 处（图 1.4-4），这可以表示为

$$(+2) \times (-3) = -6. \quad \textcircled{3}$$

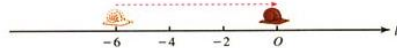


图 1.4-4

(4) 3 分前蜗牛应在 l 上点 O 右边 6 cm 处（图 1.4-5），这可以表示为

一般地，一个数同两个数的和相乘，等于把这个数分别同这两个数相乘，再把积相加。

$$\text{分配律: } a(b+c) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

例 5 用两种方法计算 $(\frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{2}) \times 12$ 。

解法 1: $(\frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{2}) \times 12$
 $= (\frac{3}{12} + \frac{2}{12} - \frac{6}{12}) \times 12$
 $= -\frac{1}{12} \times 12 = -1.$

解法 2: $(\frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{2}) \times 12$
 $= \frac{1}{4} \times 12 + \frac{1}{6} \times 12 - \frac{1}{2} \times 12$
 $= 3 + 2 - 6 = -1.$

观察①~④式，
 空：
 正数乘正数积为
 负数乘正数积为
 正数乘负数积为
 负数乘负数积为
 乘积的绝对值

多个有理数相乘，可以把它们按顺序依次相乘。

观察

下列各式的积是正的还是负的？
 $2 \times 3 \times 4 \times (-5)$, $2 \times 3 \times 4 \times (-4) \times (-5)$,
 $2 \times (-3) \times (-4) \times (-5)$,
 $(-2) \times (-3) \times (-4) \times (-5)$.

思考

几个不是 0 的数相乘，积的符号与负因数的个数之间有什么关系？
 几个不是 0 的数相乘，负因数的个数是 _____ 时，积是正数；负因数的个数是 _____ 时，积是负数。

像前面那样规定有理数乘法法则后，就可以使交换律、结合律与分配律在有理数乘法中仍然成立。

例如

$$5 \times (-6) = -30, (-6) \times 5 = -30,$$

即 $5 \times (-6) = (-6) \times 5.$

$$[3 \times (-4)] \times (-5) = (-12) \times (-5) = 60,$$

$$3 \times [(-4) \times (-5)] = 3 \times 20 = 60,$$

即 $[3 \times (-4)] \times (-5) = 3 \times [(-4) \times (-5)].$

一般地，有理数乘法中，两个数相乘，交换因数的位置，积相等。

$$\text{乘法交换律: } ab = \underline{\hspace{1cm}}.$$

三个数相乘，先把前两个数相乘，或者先把后两个数相乘，积相等。

$$\text{乘法结合律: } (ab)c = \underline{\hspace{1cm}}.$$

有理数乘法法则

两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘。
 任何数同 0 相乘，都得 0。

一、填空

1. $\frac{3}{4} \times (-\frac{4}{5}) = \underline{\hspace{2cm}}$;

2. $(-\frac{5}{8}) \times (-4) = \underline{\hspace{2cm}}$;

3. $(-3\frac{2}{19}) \times 38 = \underline{\hspace{2cm}}$;

4. $(+1\frac{1}{4}) \times (+1.2) = \underline{\hspace{2cm}}$.

二、计算题

5. $(-\frac{2}{3}) \times (-\frac{3}{10}) \times (-\frac{20}{7})$

6. $(-2\frac{1}{3}) \times (+2\frac{3}{7}) \times (-0.2)$

7. $(\frac{1}{2} - 3 + \frac{5}{6} - \frac{7}{12}) \times (-36)$

8. $-7 \times (-\frac{4}{19}) + 13 \times (-\frac{4}{19}) - 6 \times (-\frac{4}{19})$

9. $(2\frac{1}{3} - \frac{238}{54} + \frac{91}{117}) \times (-1\frac{2}{7})$

10. $3.228 \times (-9) + (-3.772) \times 9 - (-1.5 \times 9)$

11. $(-1\frac{1}{2}) \times (-2\frac{2}{3}) \times (+3\frac{3}{4}) \times (+\frac{2}{5}) \times (-\frac{4}{15}) \times (-\frac{3}{8})$

三、解答题

12. 巧算下列各题:

(1) $(1 - \frac{1}{2})(\frac{1}{3} - 1)(1 - \frac{1}{4})(\frac{1}{5} - 1) \dots (\frac{1}{2009} - 1)(1 - \frac{1}{2010})$

(2) $666 \times 222 - 333 \times 444$

13. 定义新运算: 规定运算 \otimes 是 $a \otimes b = a \times b - a + b + 1$, 求 $(-3) \otimes 4$ 的值.

交大附中 2022 级初一年级引桥课程 数学（七）

阅读以下内容，完成相应的习题。

有理数中仍然有：**乘积是 1 的两个数互为倒数。**

怎样计算 $8 \div (-4)$ 呢？根据除法的意义，这就是要求一个数，使它与 -4 相乘得 8。

因为 $(-2) \times (-4) = 8,$

所以 $8 \div (-4) = -2. \quad \textcircled{1}$

另一方面，我们有

$$8 \times \left(-\frac{1}{4}\right) = -2. \quad \textcircled{2}$$

于是有

$$8 \div (-4) = 8 \times \left(-\frac{1}{4}\right). \quad \textcircled{3}$$

③式表明，一个数除以 -4 可以转化为乘 $-\frac{1}{4}$ 来进行，即一个数除以 -4 ，等于乘 -4 的倒数 $-\frac{1}{4}$ 。



有理数除法法则

除以一个不等于 0 的数，等于乘这个数的倒数。

这个法则也可以表示成

$$a \div b = a \cdot \frac{1}{b} (b \neq 0).$$

从有理数除法法则，容易得出：

两数相除，同号得正，异号得负，并把绝对值相除。0 除以任何一个不等于 0 的数，都得 0。

这是有理数

有理数的加减乘除混合运算，如无括号指出先做什么运算，则按照“**先乘除，后加减**”的顺序进行。

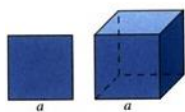
- 一. 填空
- $(-12) \div \left(-\frac{1}{2}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$
 - $2.5 \div \left(-1\frac{1}{4}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$
 - $-5 \div \left(-\frac{1}{5}\right) \times \frac{1}{5} \div (-5) = \underline{\hspace{2cm}}$
 - $-\frac{5}{4} \times \frac{4}{5} \div \frac{4}{5} \times \left(-\frac{5}{4}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$

二. 计算

- $\frac{2}{3} \div \left(-\frac{1}{3} \times \frac{2}{3}\right)$
- $-15 \div \left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right)$
- $\left(-2 - \frac{2}{3}\right) \div \left(-4 + \frac{3}{4}\right)$
- $-0.25 \div \left(-\frac{3}{7}\right) \times \left(-1 - \frac{1}{5}\right)$
- $\left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{6} - \frac{3}{8} + \frac{5}{24}\right) \div \left(-\frac{1}{24}\right)$
- $999\frac{8}{9} \div \left(-1\frac{1}{9}\right)$

交大附中 2022 级初一年级引桥课程 数学（八）

阅读以下内容，完成相应的习题。



边长为 a 的正方形的面积是 $a \cdot a$ ，棱长为 a 的正方体的体积是 $a \cdot a \cdot a$ 。

$a \cdot a$ 简记作 a^2 ，读作 a 的平方（或二次方）；

$a \cdot a \cdot a$ 简记作 a^3 ，读作 a 的立方（或三次方）。

一般地， n 个相同的因数 a 相乘，即 $\underbrace{a \cdot a \cdot \cdots \cdot a}_{n \text{ 个}}$ ，

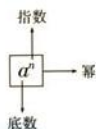
记作 a^n ，读作 a 的 n 次方。

求 n 个相同因数的积的运算，叫做乘方，乘方的结果叫做幂（power）。在 a^n 中， a 叫做底数（base number）， n 叫做指数（exponent），当 a^n 看作 a 的 n 次方的结果时，也可读作 a 的 n 次幂。

例如，在 9^4 中，底数是 9，指数是 4， 9^4 读作 9 的 4 次方，或 9 的 4 次幂。

一个数可以看作这个数本身的一次方。例如，5 就是 5^1 。指数 1 通常省略不写。

因为 a^n 就是 n 个 a 相乘，所以可以利用有理数的乘法运算来进行有理数的乘方运算。



例 1 计算：

(1) $(-4)^3$ ； (2) $(-2)^4$ 。

解： (1) $(-4)^3 = (-4) \times (-4) \times (-4)$
 $= -64$ ；

(2) $(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$
 $= 16$ 。

观察

从例 1 你发现负数的幂的正负有什么规律？

当指数是____数时，负数的幂是____数；

当指数是____数时，负数的幂是____数。

做有理数的混合运算时，应注意以下运算顺序：

1. 先乘方，再乘除，最后加减；
2. 同级运算，从左到右进行；
3. 如有括号，先做括号内的运算，按小括号、中括号、大括号依次进行。

例 3 计算： $(-2)^3 + (-3) \times [(-4)^2 + 2] - (-3)^2 \div (-2)$ 。

解： 原式 $= -8 + (-3) \times (16 + 2) - 9 \div (-2)$
 $= -8 + (-3) \times 18 - (-4.5)$
 $= -8 - 54 + 4.5 = -57.5$ 。

- 一. 填空：(1) $3^4 =$ _____； (2) $-3^4 =$ _____； (3) $(-3)^4 =$ _____； (4) $-(-3)^4 =$ _____；
- (5) $\frac{2^3}{3} =$ _____； (6) $(\frac{2}{3})^3 =$ _____； (7) $(-\frac{2}{3})^3 =$ _____； (8) $-\frac{(-2)^3}{3} =$ _____；

二. 计算

$$(1) -2^2 - (-3)^2;$$

$$(2) 4 - 5 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^3$$

$$(3) -2^3 - 3 \times (-1)^3 - (-1)^4;$$

$$(4) 2 \times \left(-\frac{2}{3}\right) \div \frac{3}{2};$$

$$(5) 2 \times (-3)^3 - 4 \times (-3) + 15;$$

$$(6) -9 + 12 \div (-6) - (-4)^2 \div (-8);$$

$$(7) 1\frac{1}{2} \times [3 \times \left(-\frac{2}{3}\right)^2 - 1];$$

$$(8) (-1.5)^3 \times \left(-\frac{2}{3}\right)^2 - 1\frac{2}{3} \times 0.6^2;$$

$$(9) (-2)^3 - 2^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 - \frac{2}{3^2};$$

$$(10) -1^4 + (1 - 0.5) \times \frac{1}{3} \times |2 - (-3)^2|$$

$$(11) \left[1\frac{1}{9} - \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{6} - \frac{3}{4}\right) \div \frac{3}{4}\right] \div 5$$

$$(12) |2 \times \left(-\frac{2}{5}\right) \div \left(-1\frac{1}{4}\right)| - 3^2 \times \left(-\frac{2}{3}\right)^2$$