

第十二届小学“希望杯”全国数学邀请赛

参考答案及评分标准

六年级 第2试

一、填空题(每小题5分。)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	$1\frac{5}{14}$	375	20	1:5	$\frac{7}{60}$	35	24	75	51	6	6	10

二、解答题

13. 购进砂糖桔所付款为

$$4.80 \times 500 = 2400(\text{元}). \quad (4 \text{分})$$

预计损耗的重量为 $500 \times 10\% = 50(\text{千克})$.

实际出售的重量为

$$500 - 50 = 450(\text{千克}). \quad (8 \text{分})$$

因此,要获利 20%,则销售的总收入应为

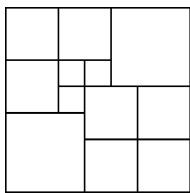
$$2400 \times (1 + 20\%) = 2880(\text{元}). \quad (12 \text{分})$$

于是,每千克砂糖桔的零售价应定为

$$2880 \div 450 = 6.40(\text{元}). \quad (15 \text{分})$$

14. 至少有 3 个边长是 1 的正方形。(5分)

如下图(答案不唯一):



(15分)

15. 开始时,虫子甲、乙的爬行速度比是 4:5,

所以第一次相遇时,甲、乙爬行的路程比是 4:5,

即第一次相遇时,甲爬行的路程是

$$108 \times 2 \times \frac{4}{9} = 96(\text{厘米}),$$

乙爬行的路程是

$$108 \times 2 \times \frac{5}{9} = 120(\text{厘米}). \quad (3 \text{分})$$

由第二次恰好在 BC 的中点相遇,知

从第一次相遇到第二次相遇,甲爬行的路程是

$$(108 - 96) + 108 \div 2 = 66(\text{厘米}),$$

又第一次相遇后,甲、乙的爬行速度比变为

$$4 : [5 \times (1 + 20\%)] = 2 : 3. \quad (6 \text{分})$$

所以从第一次相遇后,甲爬行 66 厘米所用的时间内,乙爬行的路程是

$$66 \div 2 \times 3 = 99(\text{厘米}),$$

由此可知,第一次相遇后,乙 10 秒钟爬行的路程是 $108 \times 3 - 66 - 99 = 159(\text{厘米})$,

即第一次相遇后,乙爬行的速度是

$$159 \div 10 = 15.9(\text{厘米/秒}), \quad (10 \text{分})$$

由此,得开始时,乙爬行的速度是

$$15.9 \div (1 + 20\%) = 13.25(\text{厘米/秒}), \quad (13 \text{分})$$

开始时,甲爬行的速度是

$$13.25 \div 5 \times 4 = 10.6(\text{厘米/秒}). \quad (15 \text{分})$$

16. 要用 0、1、2、3、4、5 这六个数字组成五位偶数,则

所求的五位数的个位数字只能是 0、2、4。(2分)

又所求的五位数由两个数字组成,并且一个数字出现 2 次,一个数字出现 3 次。

下面分类讨论:

(1) 首位数字出现 2 次:

如果首位数字是 1,3,5,如

$11XXX, 1X1XX, 1XX1X$ (其中 X 代表数字 0,或 2,或 4),

共有 $3 \times 3 \times 3 = 27(\text{个}); \quad (5 \text{分})$

如果首位数字是 2,4,如

$22XXX, 2XXX2, 2X2XX, 2XX2X$ (其中 X 代表数字 0 或 4);

20002 (其中 O 代表数字 1,或 3,或 5),

共有 $2 \times 4 \times 2 + 2 \times 3 = 22(\text{个}). \quad (8 \text{分})$

(2) 首位数字出现 3 次:

如果首位数字是 1,3,5,如

$111XX, 1X11X, 11X1X$ (其中 X 代表数字 0,或 2,或 4),

共有 $3 \times 3 \times 3 = 27(\text{个}); \quad (11 \text{分})$

如果首位数字是 2,4,如

$222XX, 22X2X, 22XX2, 2X22X, 2X2X2, 2XX22$ (其中 X 代表数字 0 或 4);

$22002, 20202, 20022$ (其中 O 代表数字 1,或 3,或 5),

共有 $2 \times 6 \times 2 + 2 \times 3 \times 3 = 42(\text{个}). \quad (14 \text{分})$

综上所述,满足题意的五位数有

$$27 + 22 + 27 + 42 = 118(\text{个}). \quad (15 \text{分})$$