

海淀区初三第一学期期中学业水平调研

数 学 参 考 答 案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	D	C	A	D	B	C	D

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 是

10. 8

11. 0

12. 4

13. $200(1+x)^2 = 338$

14. 2

15. 120

16. 1; 3（每空 1 分）

三、解答题（本题共 68 分，第 17~22 题，每小题 5 分，第 23~26 题，每小题 6 分，第 27~28 题，每小题 7 分）

17. 方法一：

$$x^2 - 6x + 9 = 16 + 9$$

$$(x-3)^2 = 25$$

$$x-3 = \pm 5$$

$$x_1 = -2, x_2 = 8.$$

方法二：

$$\text{原方程化为 } x^2 - 6x - 16 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \times (-16) = 100.$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{6 \pm 10}{2},$$

$$x_1 = -2, x_2 = 8.$$

方法三:

$$x^2 - 6x - 16 = 0$$

$$(x-8)(x+2) = 0$$

$$x-8=0 \text{ 或 } x+2=0$$

$$x_1 = -2, x_2 = 8$$

18. 证明: 在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle BCD$ 中,

$$\begin{cases} AB = BC, \\ \angle ABD = \angle BCD, \\ BE = CD, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle BCD \text{ (SAS).}$$

$$\therefore AE = BD.$$

19. 解: (1) \because 二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的图象过点 $A(0,3)$, $B(1,0)$,

$$\therefore \begin{cases} c = 3 \\ 1 + b + c = 0 \end{cases},$$

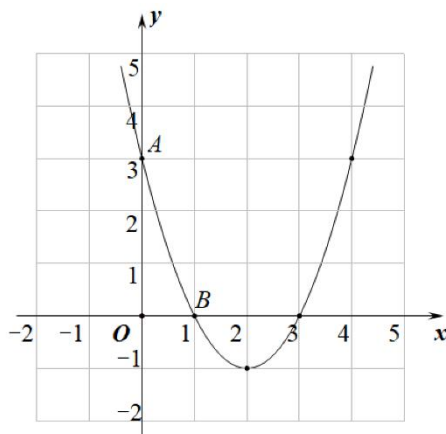
$$\text{解得} \begin{cases} b = -4 \\ c = 3 \end{cases},$$

$$\therefore y = x^2 - 4x + 3.$$

(2) 列表:

x	...	0	1	2	3	4	...
y	...	3	0	-1	0	3	...

描点画图:



20. 解: (1) \because 方程 $x^2 - 4x + m + 2 = 0$ 有两个不相等的实数根,

$$\therefore \Delta = 4^2 - 4(m+2) = 8 - 4m > 0,$$

$$\therefore m < 2.$$

(2) $\because m$ 为正整数, 且 $m < 2$,

$$\therefore m = 1.$$

当 $m = 1$ 时, 方程为 $x^2 - 4x + 3 = 0$,

$$\therefore x_1 = 1, x_2 = 3.$$

21. 证明: (1) 连接 CD , 如图.

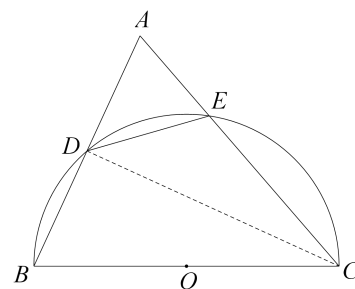
$\because BC$ 是半圆的直径,

$$\therefore \angle BDC = 90^\circ.$$

$$\therefore CD \perp AB.$$

$\because CA = CB$,

\therefore 点 D 为 AB 的中点.



(2) 方法一:

$\because CA = CB, AD = BD$,

$$\therefore \angle ACD = \angle BCD$$

\therefore 弧 $BD =$ 弧 DE

$$\therefore BD = DE.$$

$\because AD = BD$,

$$\therefore AD = DE.$$

方法二:

\because 四边形 $BCED$ 是圆的内接四边形,

$$\therefore \angle ABC + \angle DEC = 180^\circ.$$

$$\because \angle AED + \angle DEC = 180^\circ,$$

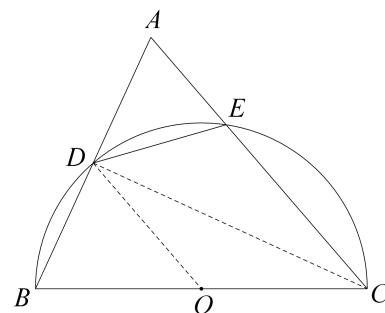
$$\therefore \angle ABC = \angle AED.$$

$\because CA = CB$,

$$\therefore \angle A = \angle ABC.$$

$$\therefore \angle A = \angle AED.$$

$$\therefore AD = DE.$$



22. 解: (1) $(20-x)$; $(-x^2 + 20x)$;

(2) 不可以,

理由如下:

方法一: 设矩形 $ABCD$ 的面积是 $S \text{ m}^2$,

$$\text{则 } S = -x^2 + 20x .$$

$$\because 0 < x < 20 ,$$

$$\therefore \text{当 } x = -\frac{20}{2 \times (-1)} = 10 \text{ 时, } S \text{ 有最大值 } 100 .$$

$$\because 100 < 120 ,$$

\therefore 矩形 $ABCD$ 的面积不可以是 120 m^2 .

方法二: 若矩形 $ABCD$ 的面积是 120 m^2 , 可得方程 $-x^2 + 20x = 120$,

$$\because \Delta = b^2 - 4ac = -80 ,$$

$$\because \Delta < 0 ,$$

\therefore 这个方程无实数根.

\therefore 矩形 $ABCD$ 的面积不可以是 120 m^2 .

23. 解: (1) $\because y = -x + m$ 的图象过点 $A(1, 3)$,

$$\therefore 3 = -1 + m .$$

$$\therefore m = 4 .$$

$$\therefore y = -x + 4 .$$

令 $y = 0$, 得 $x = 4$,

\therefore 点 B 的坐标为 $(4, 0)$.

(2) $1 < x < 4$.

24. 答: (1) 3;

(2) 0;

(3) 3.1 (写 3.0 或 3.2 均可给分).

25. (1) 方法一:

证明: 连接 BD ,

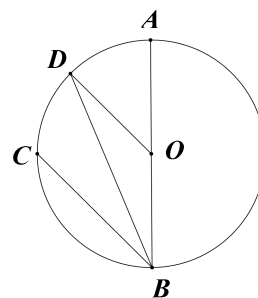
$$\because \widehat{AD} = \widehat{CD}.$$

$$\therefore \angle ABD = \angle CBD.$$

$$\because \angle ABD = \angle BDO$$

$$\therefore \angle CBD = \angle BDO$$

$$\therefore OD \parallel BC.$$



方法二:

证明: 连接 OC ,

$\because D$ 为 \widehat{AC} 的中点,

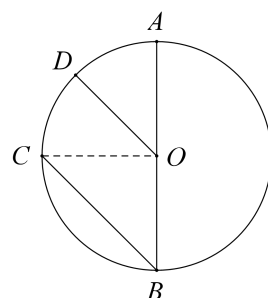
$$\therefore \widehat{AD} = \widehat{CD}.$$

$$\therefore \angle AOD = \angle COD = \frac{1}{2} \angle AOC.$$

$$\because \angle B = \frac{1}{2} \angle AOC,$$

$$\therefore \angle AOD = \angle B.$$

$$\therefore OD \parallel BC.$$



(2) 解: 方法一:

$\because DE \perp AB$, AB 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \widehat{AD} = \widehat{AE}.$$

$$\therefore \angle AOD = \angle AOE.$$

$\because \angle AOD = \angle B$, $\angle AOE = \angle BOF$,

$$\therefore \angle B = \angle BOF.$$

$\because G$ 为 BC 中点,

$$\therefore OF \perp BC.$$

$$\therefore \angle OGB = 90^\circ.$$

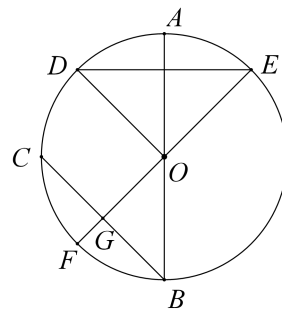
$$\therefore \angle B = \angle BOF = 45^\circ.$$

$$\therefore OG = BG.$$

$$\because OB = 2, \quad OG^2 + BG^2 = OB^2,$$

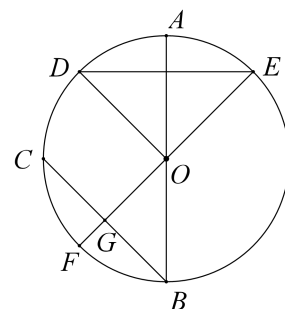
$$\therefore BG = \sqrt{2}.$$

$$\therefore BC = 2BG = 2\sqrt{2}.$$



方法二:

$\because G$ 为 BC 中点,
 $\therefore OF \perp BC$.
 $\because OD \parallel BC$,
 $\therefore DO \perp EF$,
 $\therefore \triangle DOE$ 是等腰直角三角形, $\angle E = 45^\circ$
 $\therefore DE \perp AB$,
 $\therefore \angle BOF = \angle EOA = 45^\circ$,
 $\therefore OG = BG$.
 $\because OB = 2$, $OG^2 + BG^2 = OB^2$,
 $\therefore BG = \sqrt{2}$.
 $\therefore BC = 2BG = 2\sqrt{2}$.



26. 解: (1) \because 二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴交于点 $A(4,0)$ 和 $B(-1,0)$,

$$\therefore \begin{cases} 16 + 4b + c = 0 \\ 1 - b + c = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} b = -3 \\ c = -4 \end{cases},$$

$$\therefore y = x^2 - 3x - 4.$$

(2) 依题意, 点 C 的坐标为 $(0, -4)$,

该二次函数图象的对称轴为 $x = -\frac{b}{2} = \frac{3}{2}$,

设点 C 向右平移 n 个单位后, 所得到的点为 D , 由于点 D 在抛物线上,

$\therefore C, D$ 两点关于二次函数的对称轴 $x = \frac{3}{2}$ 对称.

\therefore 点 D 的坐标为 $(3, -4)$.

$\therefore n = CD = 3$.

(3) 方法一:

记 D, E 为函数图象上两点, 且 $x_E - x_D = 4$, 原问题等价于当 $y_E > y_D$ 时,

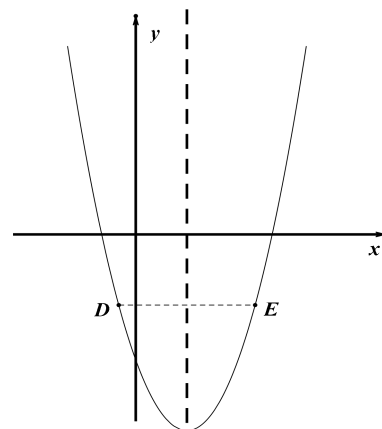
求 x_D 的取值范围.

当点 D 与点 E 关于对称轴对称时, 可知 $x_D = -\frac{1}{2}$,

结合函数图象可知, 当点 D 向左移动时, $y_E < y_D$, 不符题意;

当点 D 向右移动时, 有 $y_E > y_D$, 符合题意.

$$\text{故 } x_D > -\frac{1}{2}$$



方法二:

依题意, 即当自变量取 $x+4$ 时的函数值, 大于自变量为 x 时的函数值.

结合函数图象, 由于对称轴为 $x = \frac{3}{2}$, 分为以下三种情况:

① 当 $x < x+4 \leq \frac{3}{2}$ 时, 函数值 y 随 x 的增大而减小, 与题意不符;

② 当 $x < \frac{3}{2} < x+4$ 时, 需使得 $\frac{3}{2} - x < x+4 - \frac{3}{2}$, 方可满足题意, 联立解得

$$-\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2};$$

③ $\frac{3}{2} \leq x < x+4$ 时, 函数值 y 随 x 的增大而增大, 符合题意, 此时 $x \geq \frac{3}{2}$.

综上所述, 自变量 x 的取值范围是 $x > -\frac{1}{2}$.

27. (1) 120°

(2) ① 不发生改变, 理由如下:

方法一: $\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle BAC = 60^\circ.$$

$$\therefore DA = DE = DF$$

\therefore 点 A, E, F 在以 D 为圆, DA 长为半径的圆上,

$$\therefore \angle EDF = 2\angle BAC = 120^\circ.$$

方法二: $\because DA = DE = DF$,

$$\therefore \angle DAE = \angle DEA, \angle DAF = \angle DFA.$$

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle BAC = \angle ABC = \angle ACB = 60^\circ .$$

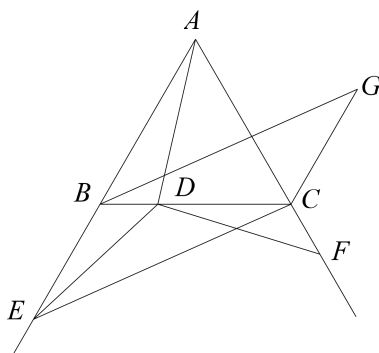
$$\therefore \angle DCF = \angle EBD = 120^\circ .$$

$$\therefore \angle ACB = \angle CDF + \angle DFA, \quad \angle BAC = \angle BAD + \angle DAF ,$$

$$\therefore \angle CDF = \angle BAD = \angle DEA .$$

$$\therefore \angle EDF = 180^\circ - \angle BDE - \angle CDF = 180^\circ - \angle BDE - \angle DEA = \angle EBD = 120^\circ .$$

②补全图形如下：



四边形 $BECG$ 为平行四边形，证明如下：

由①知， $\angle EDF = 120^\circ$ ，

$$\therefore \angle BDE + \angle BED = 60^\circ, \quad \angle BDE + \angle CDF = 60^\circ ,$$

$$\therefore \angle BED = \angle CDF .$$

在 $\triangle CDF$ 和 $\triangle BED$ 中，

$$\begin{cases} \angle DCF = \angle EBD, \\ \angle CDF = \angle DEA, \\ DF = ED, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CDF \cong \triangle BED \text{ (AAS)} .$$

$$\therefore CD = BE .$$

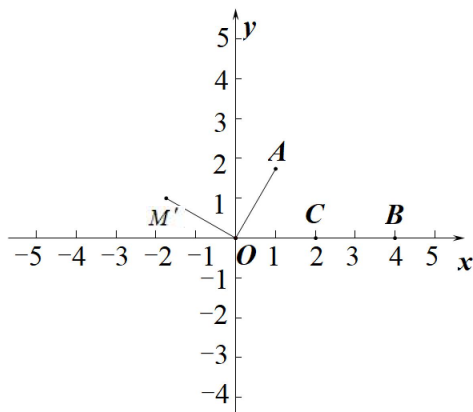
\therefore 点 D 和点 G 关于射线 AC 对称，

$$\therefore CD = CG, \quad \angle DCG = 2\angle ACD = 120^\circ = \angle EBD .$$

$$\therefore BE = CG, \text{ 且 } BE \parallel CG .$$

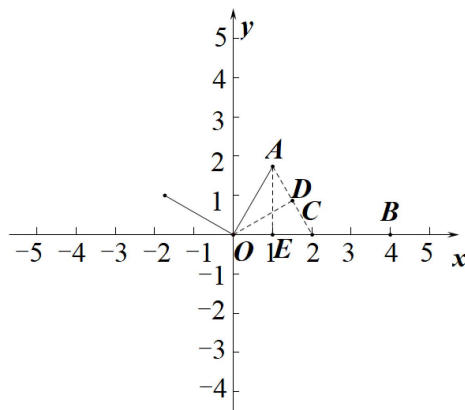
\therefore 四边形 $BECG$ 为平行四边形.

28. (1) ① 图形 M' 如图所示:



② 2;

③ 连接 AC , 作 $OD \perp AC$ 于 D , 作 $AE \perp OC$ 于 E , 如图.



依题意, OD 的长度即为所求转后距.

$$\because A(1, \sqrt{3}), C(2, 0),$$

$$\therefore AE = \sqrt{3}, OC = 2, CE = 1.$$

$$\text{在 Rt}\triangle AEC \text{ 中, } AC = \sqrt{AE^2 + CE^2} = 2.$$

$$\because S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2} AE \cdot OC = \frac{1}{2} OD \cdot AC,$$

$$\therefore OD = \frac{AE \cdot OC}{AC} = \sqrt{3}.$$

$$\therefore \text{转后距为 } \sqrt{3}.$$

(2) $m < -5$ 或 $0 < m < 2$.