



初三第一学期期末学业水平调研

数 学

2019.1

学校

微信扫一扫，快速关注

姓名

准考证号

注
意
事
项

1. 本调研卷共 8 页，满分 100 分，考试时间 120 分。
2. 在调研卷和答题纸上准确填写学校名称，姓名和准考证号。
3. 调研卷答案一律填涂或书写在答题纸上，在调研卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 调研结束，请将本调研卷和答题纸一并交回。

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

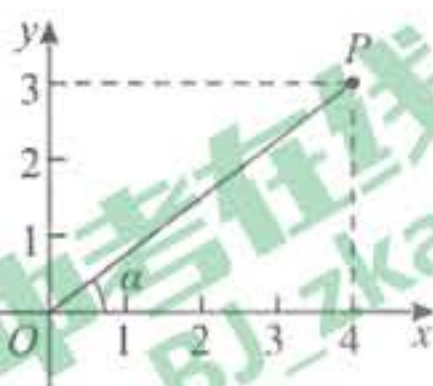
下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的。请将正确选项前的字母填在表格中相应的位置。

1. 抛物线 $y = (x-1)^2 + 3$ 的顶点坐标为

- A. (1, 3) B. (-1, 3) C. (-1, -3) D. (3, 1)

2. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 $P(4, 3)$ ， OP 与 x 轴正半轴的夹角为 α ，则 $\tan \alpha$ 的值为

- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{4}{5}$
C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{3}$

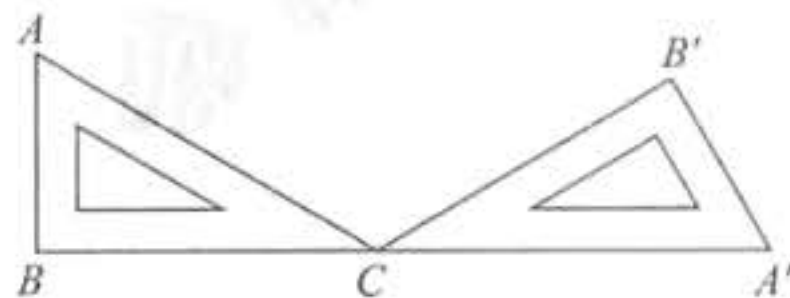


3. 方程 $x^2 - x + 3 = 0$ 的根的情况是

- A. 有两个不相等的实数根 B. 有两个相等的实数根
C. 无实数根 D. 只有一个实数根

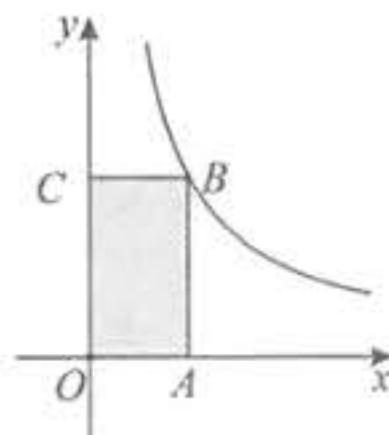
4. 如图，一块含 30° 角的直角三角板 ABC 绕点 C 顺时针旋转到 $\triangle A'B'C$ ，当 B, C, A' 在一条直线上时，三角板 ABC 的旋转角度为

- A. 150° B. 120°
C. 60° D. 30°



5. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中， B 是反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ ($x > 0$) 的图象上的一点，则矩形 $OABC$ 的面积为

- A. 1 B. 2
C. 3 D. 4



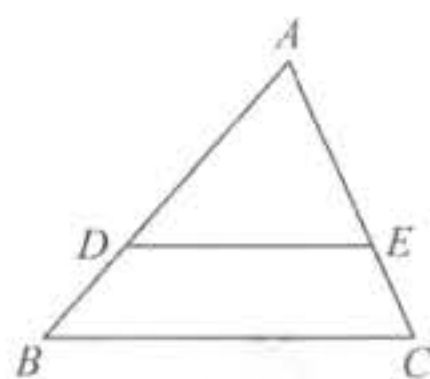
6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$, 且 DE 分别交 AB, AC 于点 D, E , 若 $AD:AB=2:3$, 则 $\triangle ADE$ 和 $\triangle ABC$ 的面积之比等于

A. $2:3$

B. $4:9$

C. $4:5$

D. $\sqrt{2}:\sqrt{3}$



7. 图 1 是一个地铁站入口的双翼闸机. 如图 2, 它的双翼展开时, 双翼边缘的端点 A 与 B 之间的距离为 10cm , 双翼的边缘 $AC=BD=54\text{cm}$, 且与闸机侧立面夹角 $\angle PCA=\angle BDQ=30^\circ$. 当双翼收起时, 可以通过闸机的物体的最大宽度为

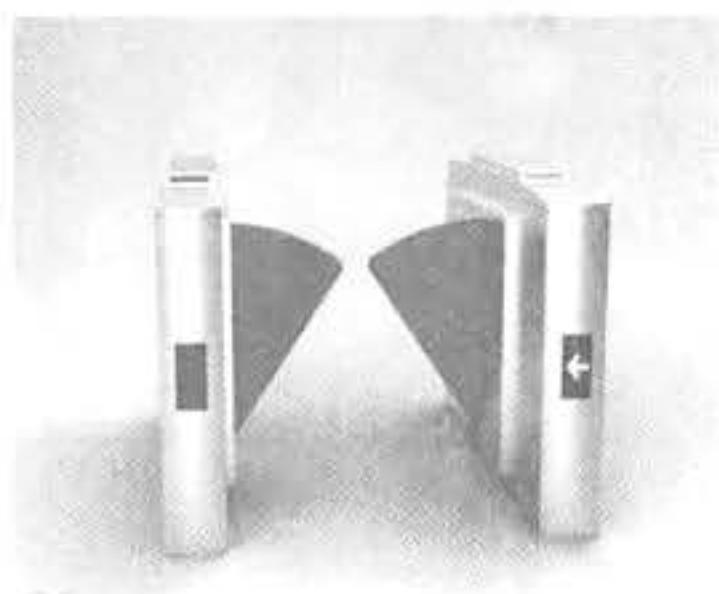


图 1

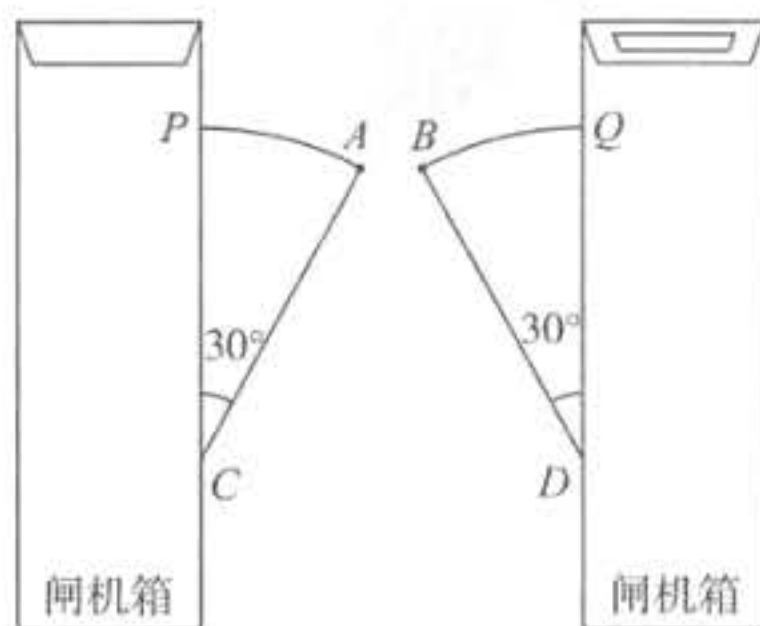


图 2

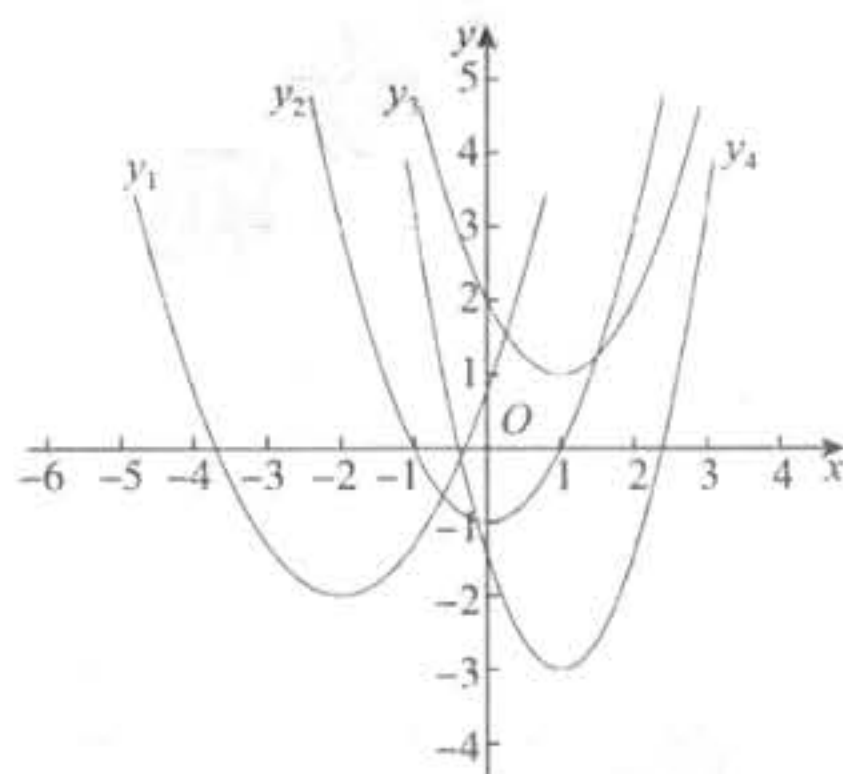
8. 在平面直角坐标系 xOy 中, 四条抛物线如图所示, 其解析式中的二次项系数一定小于 1 的是

A. y_1

B. y_2

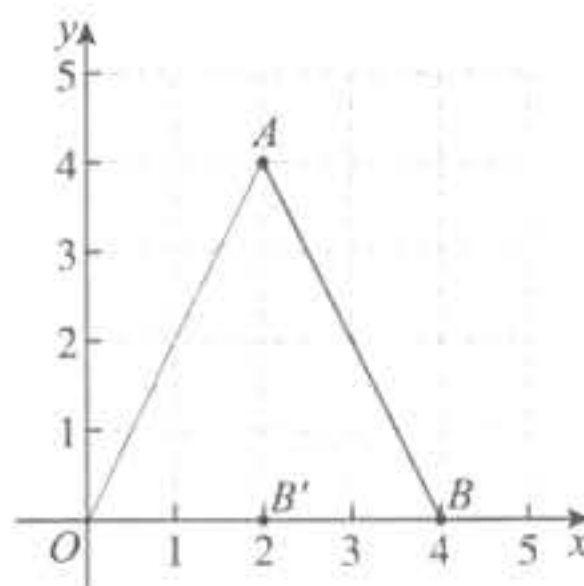
C. y_3

D. y_4



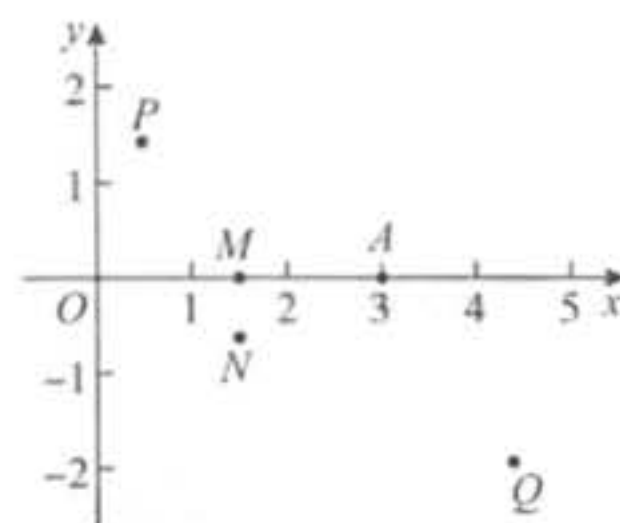
二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 方程 $x^2-3x=0$ 的根为_____.
10. 半径为 2 且圆心角为 90° 的扇形面积为_____.
11. 已知抛物线的对称轴是 $x=n$, 若该抛物线与 x 轴交于 $(1, 0), (3, 0)$ 两点, 则 n 的值为_____.
12. 在同一平面直角坐标系 xOy 中, 若函数 $y=x$ 与 $y=\frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象有两个交点, 则 k 的取值范围是_____.
13. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 有两点 $A(2, 4), B(4, 0)$, 以原点 O 为位似中心, 把 $\triangle OAB$ 缩小得到 $\triangle OA'B'$. 若 B' 的坐标为 $(2, 0)$, 则点 A' 的坐标为_____.

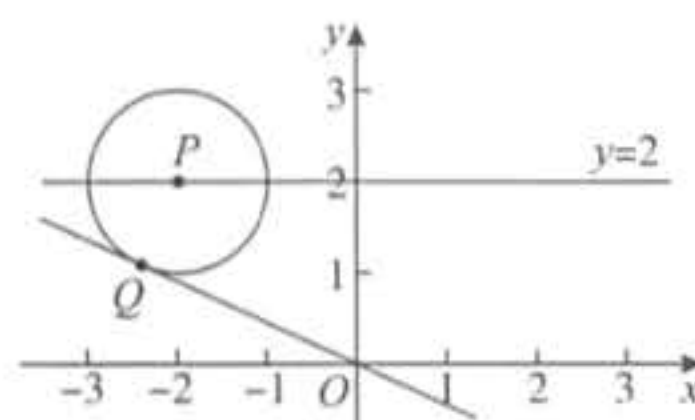


14. 已知 $(-1, y_1), (2, y_2)$ 是反比例函数图象上两点的坐标, 且 $y_1 > y_2$, 请写出一个符合条件的反比例函数的解析式_____.

15. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(3, 0)$, 判断: 在 M, N, P, Q 四点中, 满足到点 O 和点 A 的距离都小于 2 的点是_____.



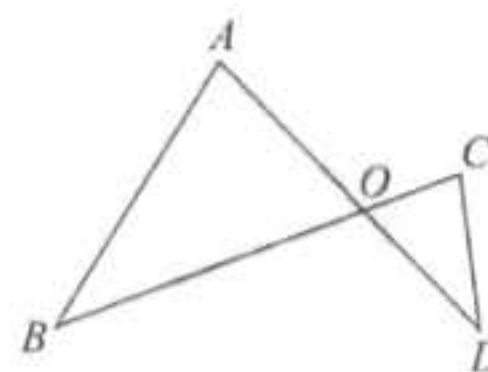
16. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, P 是直线 $y=2$ 上的一个动点, $\odot P$ 的半径为 1, OQ 切 $\odot P$ 于点 Q , 则线段 OQ 的最小值为_____.



三、解答题 (本题共 68 分, 第 17~22 题, 每小题 5 分; 第 23~26 题, 每小题 6 分; 第 27~28 题, 每小题 7 分)

17. 计算: $\cos 45^\circ - 2\sin 30^\circ + (-2)^0$.

18. 如图, AD 与 BC 交于 O 点, $\angle A = \angle C$, $AO = 4$, $CO = 2$, $CD = 3$, 求 AB 的长.



19. 已知 $x=n$ 是关于 x 的一元二次方程 $mx^2 - 4x - 5 = 0$ 的一个根, 若 $mn^2 - 4n + m = 6$, 求 m 的值.

20. 近视镜镜片的焦距 y (单位: 米) 是镜片的度数 x (单位: 度) 的函数, 下表记录了一组数据:

x (单位: 度)	...	100	250	400	500	...
y (单位: 米)	...	1.00	0.40	0.25	0.20	...

(1) 在下列函数中, 符合上述表格中所给数据的是_____;

A. $y = \frac{1}{100}x$

B. $y = \frac{100}{x}$

C. $y = -\frac{1}{200}x + \frac{3}{2}$

D. $y = \frac{x^2}{40000} - \frac{13}{800}x + \frac{19}{8}$

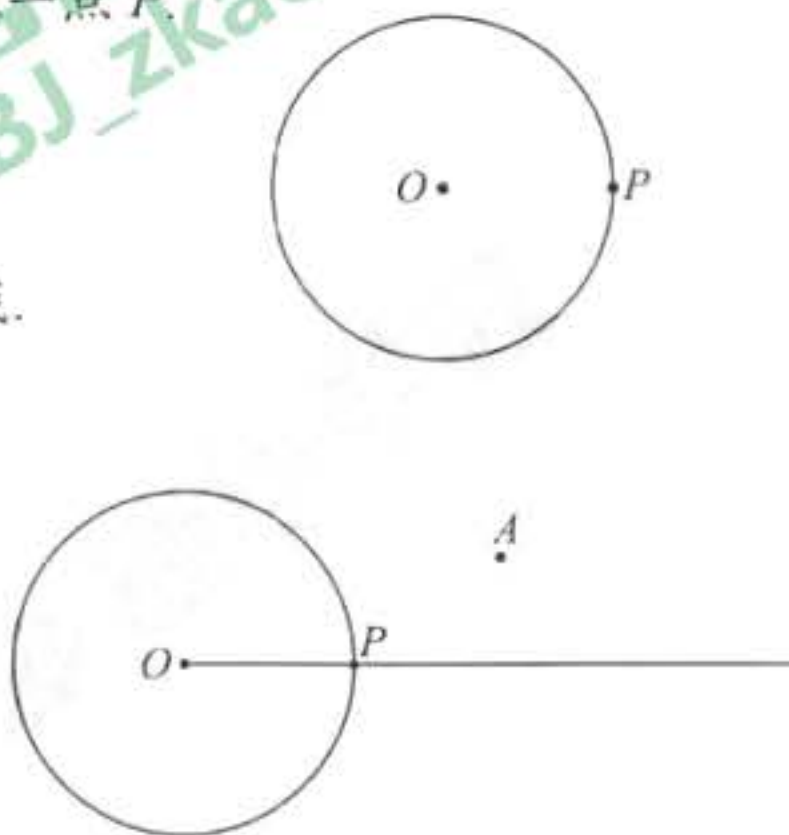
(2) 利用 (1) 中的结论计算: 当镜片的度数为 200 度时, 镜片的焦距约为_____米.

21. 下面是小元设计的“过圆上一点作圆的切线”的尺规作图过程.

已知: 如图, $\odot O$ 及 $\odot O$ 上一点 P .

求作: 过点 P 的 $\odot O$ 的切线.

作法: 如图,



①作射线 OP ;

②在直线 OP 外任取一点 A , 以点 A 为圆心, AP 为半径作 $\odot A$, 与射线 OP 交于另一点 B ;

③连接并延长 BA 与 $\odot A$ 交于点 C ;

④作直线 PC ;

则直线 PC 即为所求.

根据小元设计的尺规作图过程,

(1) 使用直尺和圆规, 补全图形; (保留作图痕迹)

(2) 完成下面的证明:

证明: $\because BC$ 是 $\odot A$ 的直径,

$\therefore \angle BPC = 90^\circ$ (_____) (填推理的依据).

$\therefore OP \perp PC$.

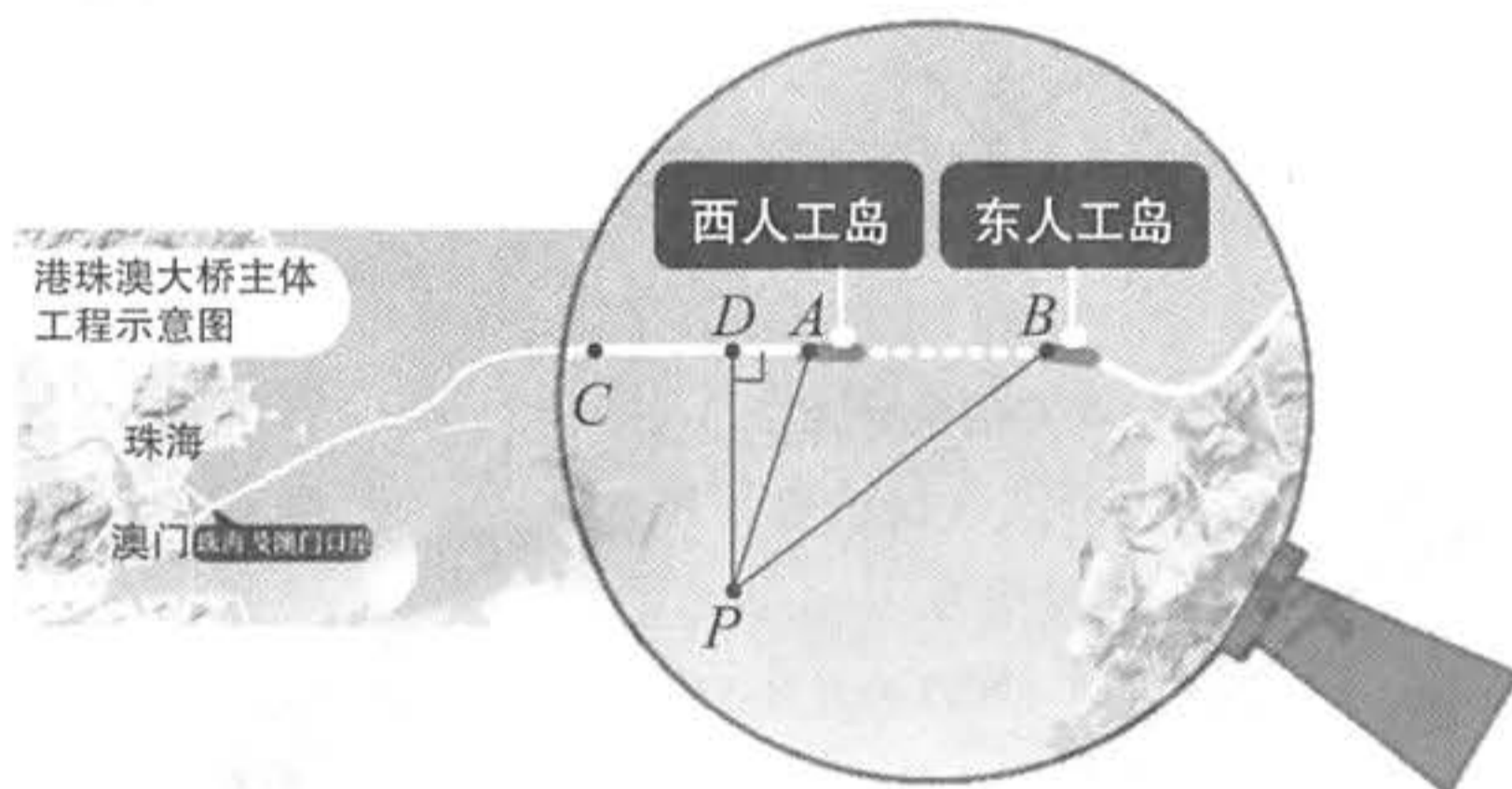
又 $\because OP$ 是 $\odot O$ 的半径,

$\therefore PC$ 是 $\odot O$ 的切线 (_____) (填推理的依据).

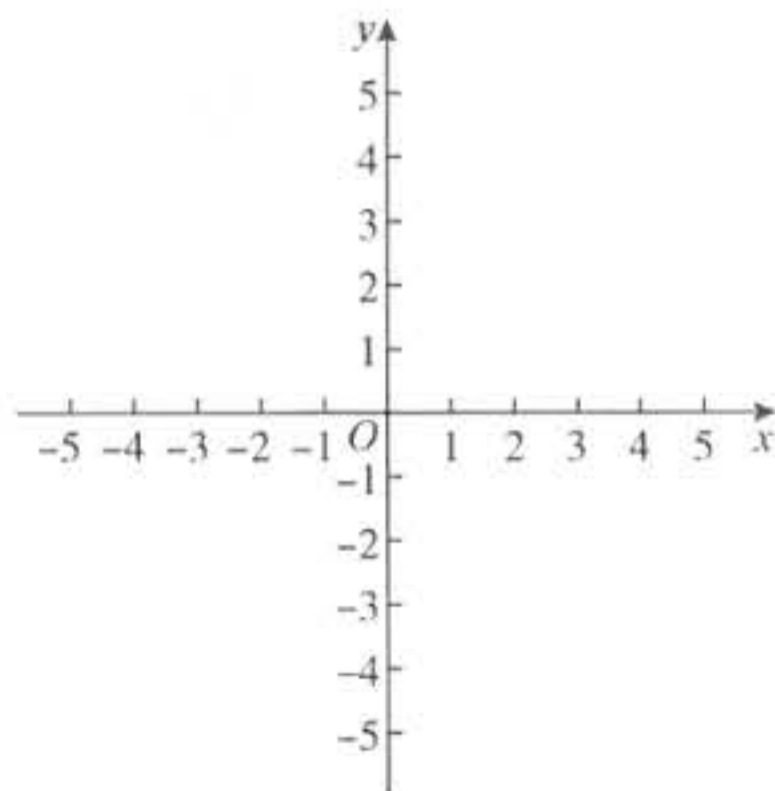
22. 2018 年 10 月 23 日, 港珠澳大桥正式开通, 成为横亘在伶仃洋上的一道靓丽的风景. 大桥主体工程隧道的东、西两端各设置了一个海中人工岛, 来衔接桥梁和海底隧道, 西人工岛上的 A 点和东人工岛上的 B 点间的距离约为 5.6 千米, 点 C 是与西人工岛相连的大桥上的一点, A, B, C 在一条直线上. 如图, 一艘观光船沿与大桥 AC 段垂直的方向航行, 到达 P 点时观测两个人工岛, 分别测得 PA, PB 与航向 PD 的夹角 $\angle DPA = 18^\circ$, $\angle DPB = 53^\circ$, 求此时观光船到大桥 AC 段的距离 PD 的长.

参考数据: $\sin 18^\circ \approx 0.31$, $\cos 18^\circ \approx 0.95$, $\tan 18^\circ \approx 0.33$,

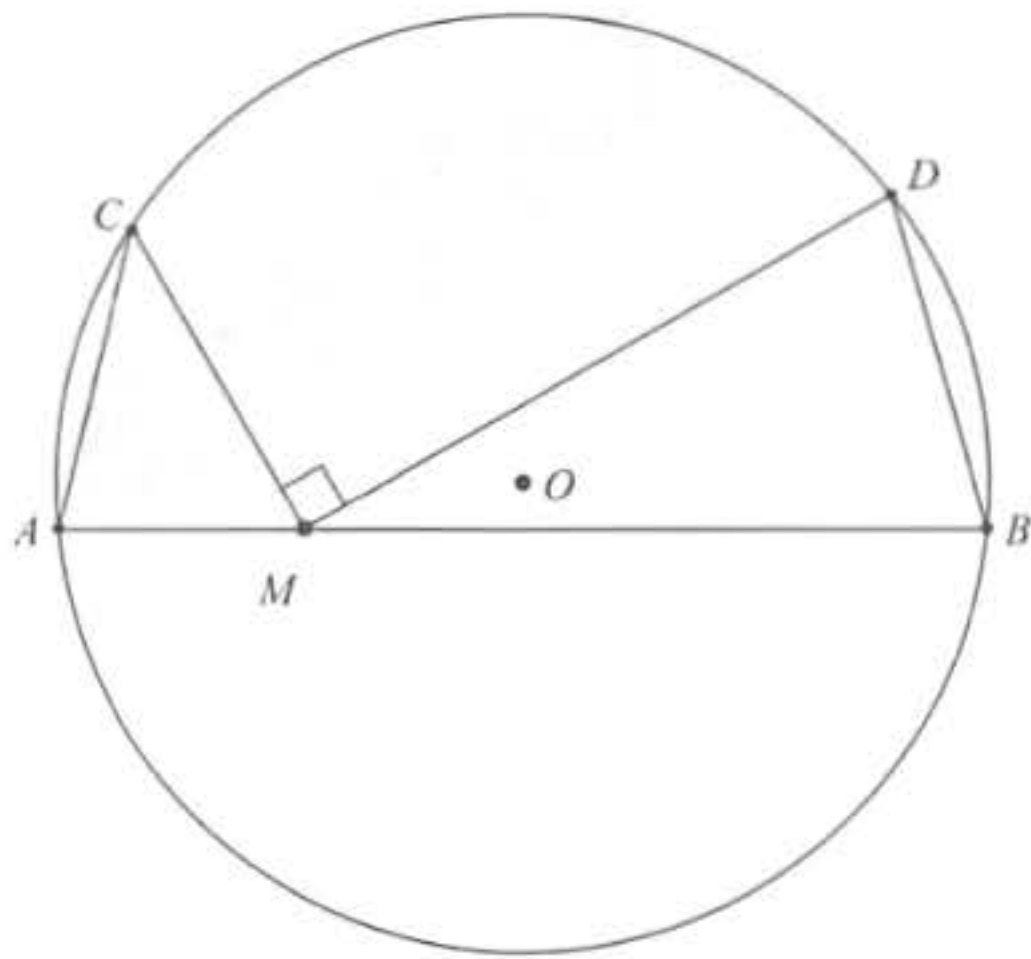
$\sin 53^\circ \approx 0.80$, $\cos 53^\circ \approx 0.60$, $\tan 53^\circ \approx 1.33$.



23. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知直线 $y = \frac{1}{2}x$ 与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 的一个交点是 $A(2, a)$.
- (1) 求 k 的值;
 - (2) 设点 $P(m, n)$ 是双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 上不同于 A 的一点, 直线 PA 与 x 轴交于点 $B(b, 0)$.
 - ①若 $m=1$, 求 b 的值;
 - ②若 $PB=2AB$, 结合图象, 直接写出 b 的值.



24. 如图, A, B, C 为 $\odot O$ 上的定点. 连接 AB, AC , M 为 AB 上的一个动点, 连接 CM , 将射线 MC 绕点 M 顺时针旋转 90° , 交 $\odot O$ 于点 D , 连接 BD . 若 $AB=6\text{cm}$, $AC=2\text{cm}$, 记 A, M 两点间距离为 $x\text{cm}$, B, D 两点间的距离为 $y\text{cm}$.



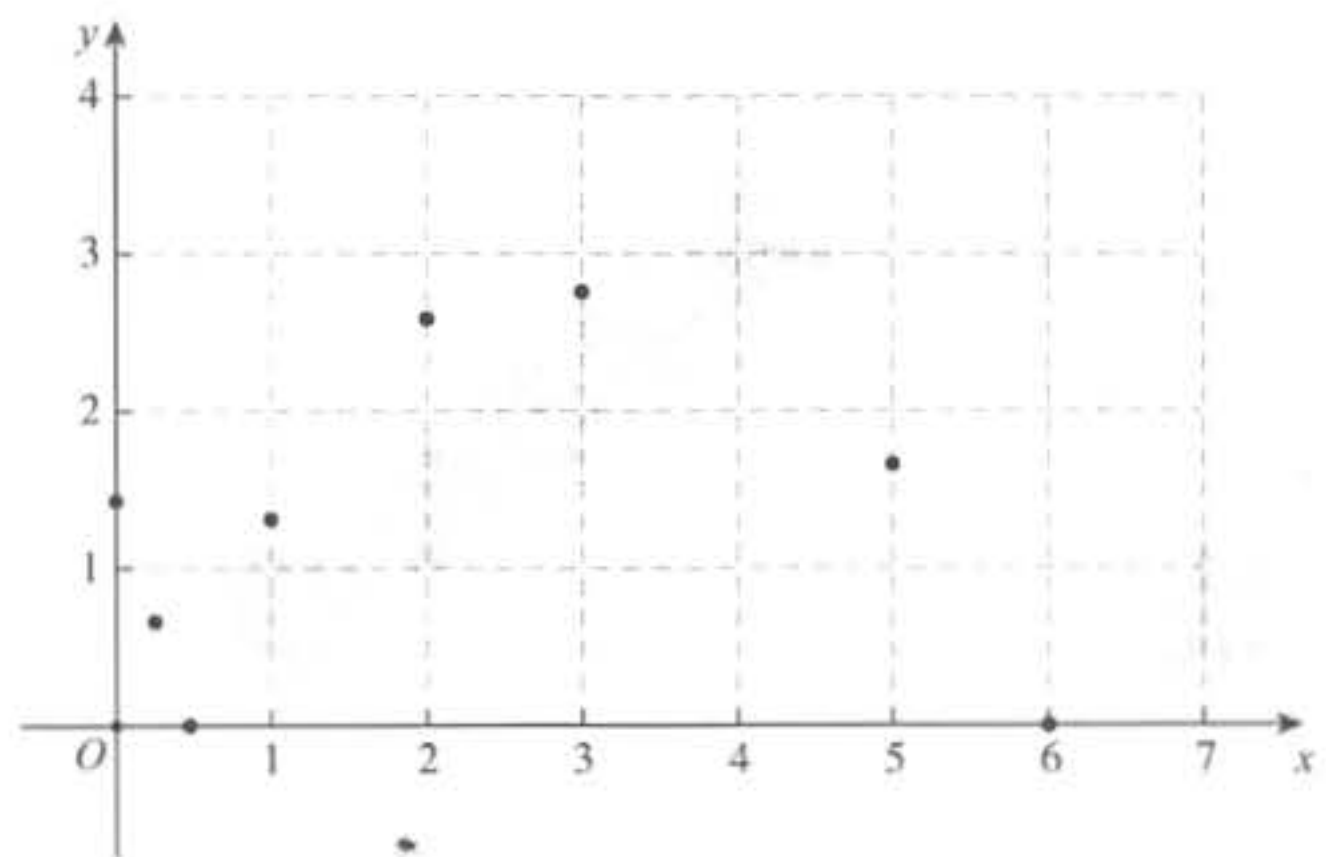
小东根据学习函数的经验, 对函数 y 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究.

下面是小东探究的过程, 请补充完整:

(1) 通过取点、画图、测量, 得到了 x 与 y 的几组值, 如下表:

x/cm	0	0.25	0.47	1	2	3	4	5	6
y/cm	1.43	0.66	0	1.31	2.59	2.76		1.66	0

(2) 在平面直角坐标系 xOy 中, 描出以补全后的表中各对对应值为坐标的点, 画出该函数的图象;

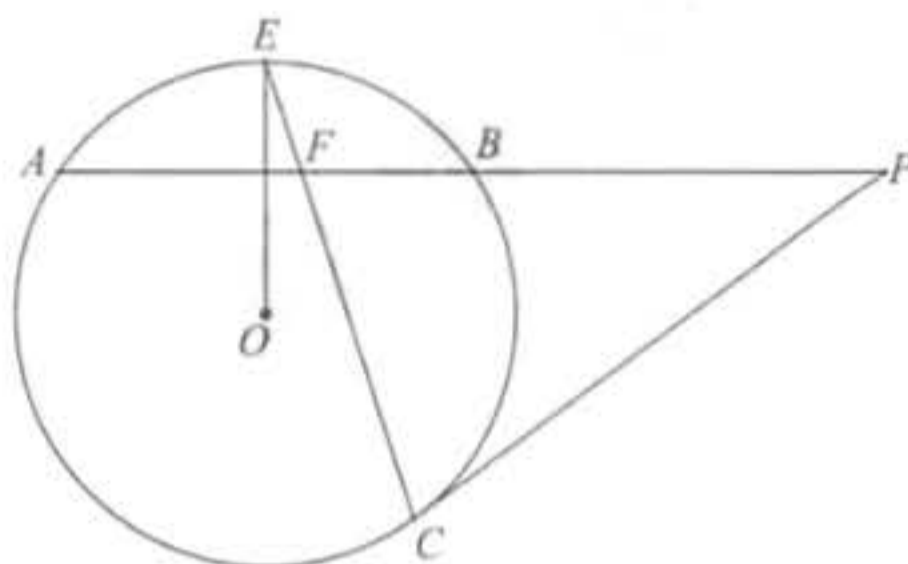


(3) 结合画出的函数图象, 解决问题: 当 $BD=AC$ 时, AM 的长度约为 _____ cm .

25. 如图, AB 是 $\odot O$ 的弦, 半径 $OE \perp AB$, P 为 AB 的延长线上一点, PC 与 $\odot O$ 相切于点 C , CE 与 AB 交于点 F .

(1) 求证: $PC=PF$;

(2) 连接 OB , BC , 若 $OB \parallel PC$, 且 $BC=3\sqrt{2}$, $\tan P=\frac{3}{4}$, 求 FB 的长.



26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $G: y=4x^2-8ax+4a^2-4$, $A(-1, 0)$, $N(n, 0)$.

(1) 当 $a=1$ 时,

①求抛物线 G 与 x 轴的交点坐标;

②若抛物线 G 与线段 AN 只有一个交点, 求 n 的取值范围;

(2) 若存在实数 a , 使得抛物线 G 与线段 AN 有两个交点, 结合图象, 直接写出 n 的取值范围.

27. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAC=\alpha$, 直线 l 经过点 A (不经过点 B 或点 C), 点 C 关于直线 l 的对称点为 D , 连接 BD , CD .

(1) 如图 1,

①求证: 点 B , C , D 在以点 A 为圆心, AB 为半径的圆上;

②直接写出 $\angle BDC$ 的度数 (用含 α 的式子表示) _____;

(2) 如图 2, 当 $\alpha=60^\circ$ 时, 过点 D 作 BD 的垂线与直线 l 交于点 E , 求证: $AE=BD$;

(3) 如图 3, 当 $\alpha=90^\circ$ 时, 记直线 l 与 CD 的交点为 F , 连接 BF . 将直线 l 绕点 A 旋转, 当线段 BF 的长取得最大值时, 直接写出 $\tan \angle FBC$ 的值.

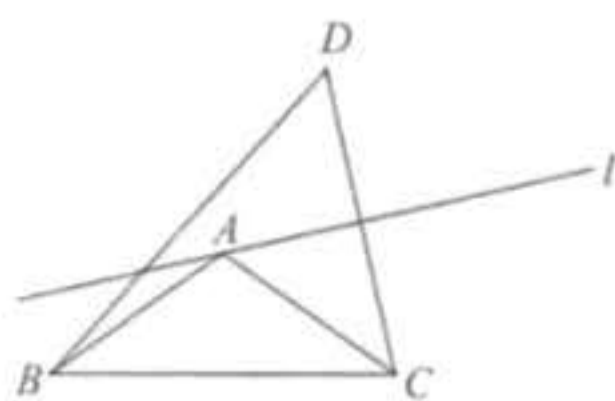


图 1

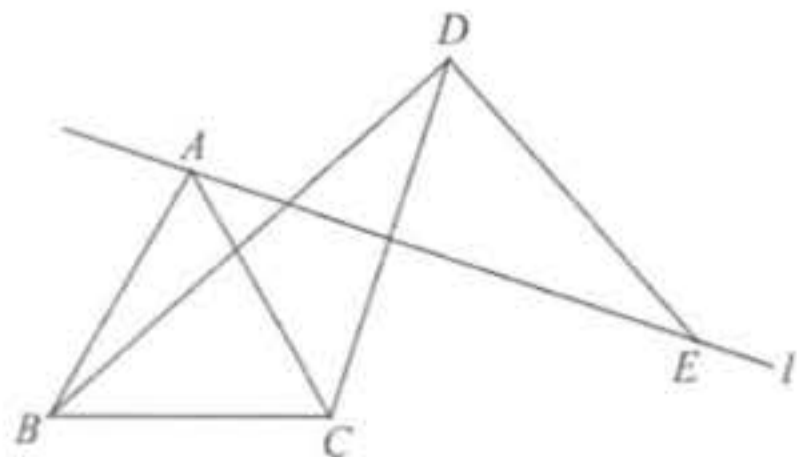


图 2

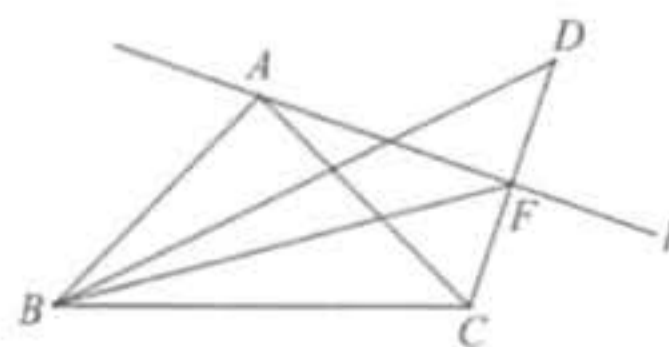


图 3

28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(0, a)$ 和点 $B(b, 0)$, 给出如下定义: 以 AB 为边, 按照逆时针方向排列 A, B, C, D 四个顶点, 作正方形 $ABCD$, 则称正方形 $ABCD$ 为点 A, B 的逆序正方形. 例如, $a=-4, b=3$ 时, 点 A, B 的逆序正方形如图 1 所示.

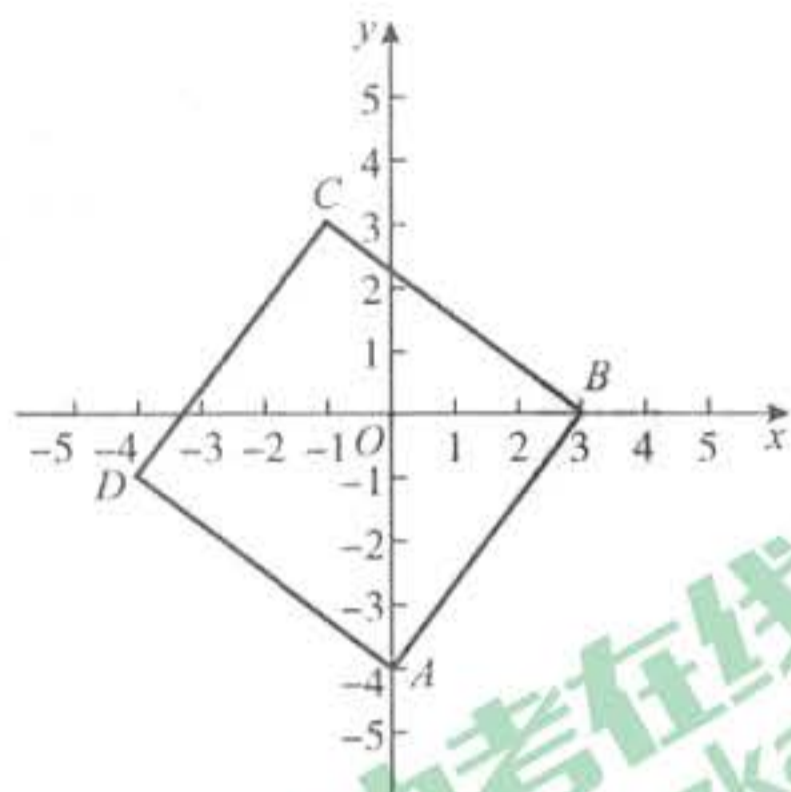


图 1

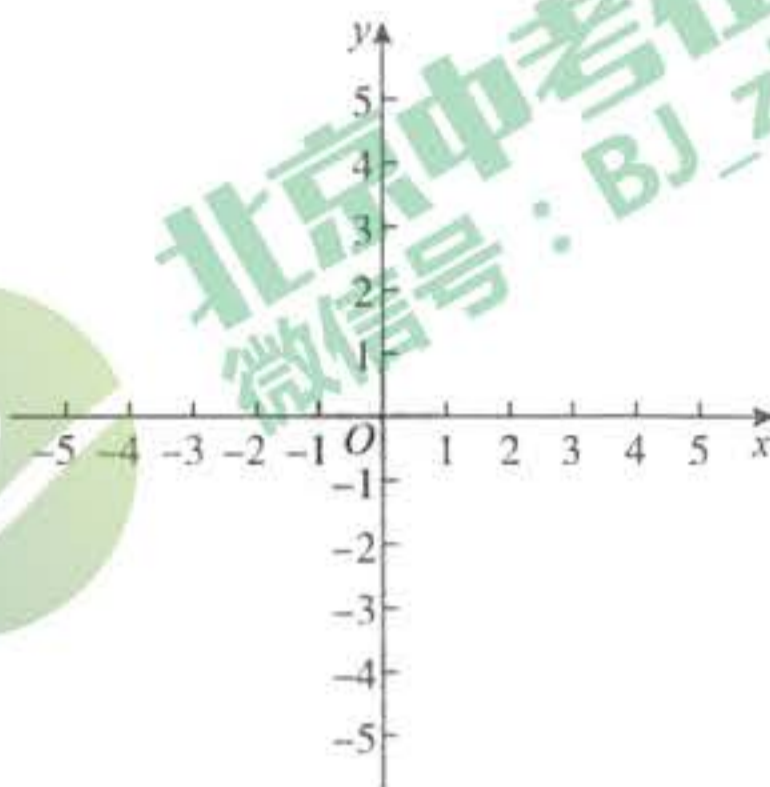
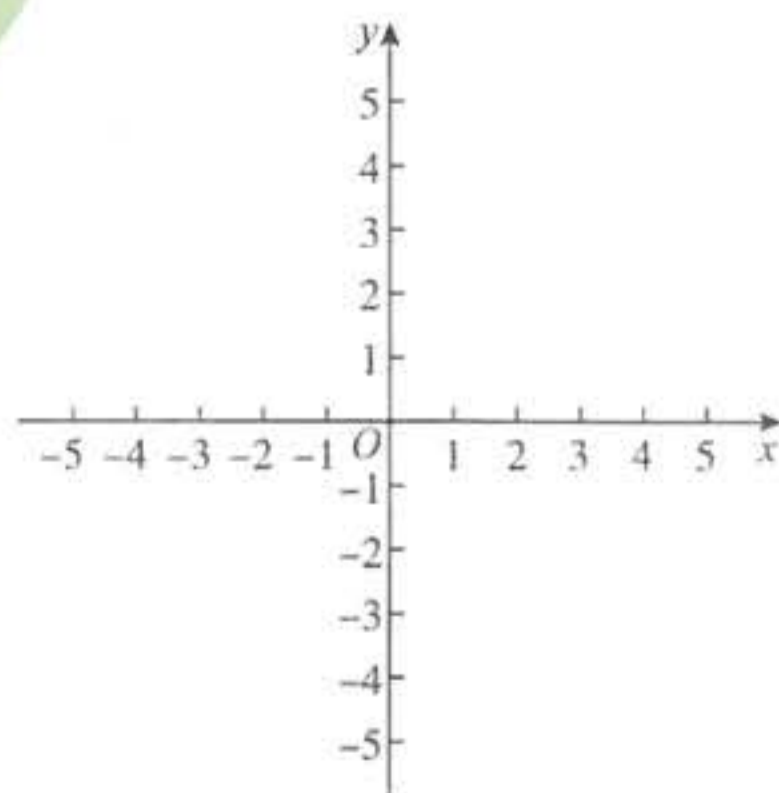


图 2

- (1) 图 1 中, 点 C 的坐标为 _____;
- (2) 改变图 1 中点 A 的位置, 其余条件不变, 则点 C 的 _____ 坐标不变 (填“横”或“纵”), 它的值为 _____;
- (3) 已知正方形 $ABCD$ 为点 A, B 的逆序正方形.

①判断: 结论“若点 C 落在 x 轴上, 则点 D 落在第一象限内.” _____ (填“正确”或“错误”), 若结论正确, 请说明理由; 若结论错误, 请在图 2 中画出一个反例;

② $\odot T$ 的圆心为 $T(t, 0)$, 半径为 1. 若 $a=4, b>0$, 且点 C 恰好落在 $\odot T$ 上, 直接写出 t 的取值范围.



备用图