

# 初三数学

2019. 01

考生须知	1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。 2. 在试卷和答题卡上认真填写学校名称、姓名和考号。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5. 考试结束，将本试卷和答题卡一并交回。
------	---

## 一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

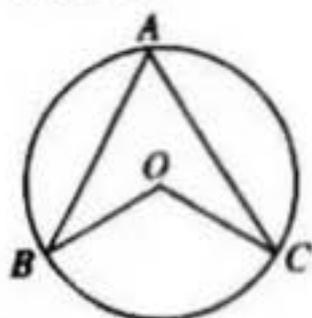
下列各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的。

1. 如果  $\angle A$  是锐角，且  $\sin A = \frac{1}{2}$ ，那么  $\angle A$  的度数是

- (A)  $90^\circ$                       (B)  $60^\circ$                       (C)  $45^\circ$                       (D)  $30^\circ$

2. 如图， $A, B, C$  是  $\odot O$  上的点，如果  $\angle BOC = 120^\circ$ ，那么  $\angle BAC$  的度数是

- (A)  $90^\circ$                       (B)  $60^\circ$   
(C)  $45^\circ$                       (D)  $30^\circ$

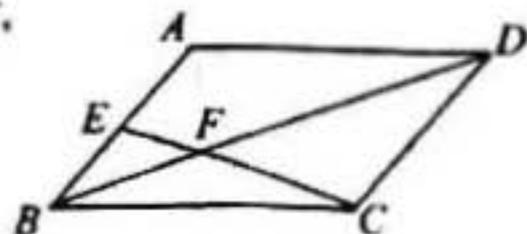


3. 将二次函数  $y = x^2 - 4x + 1$  化成  $y = a(x - h)^2 + k$  的形式为

- (A)  $y = (x - 4)^2 + 1$                       (B)  $y = (x - 4)^2 - 3$   
(C)  $y = (x - 2)^2 - 3$                       (D)  $y = (x + 2)^2 - 3$

4. 如图，在  $\square ABCD$  中， $E$  是  $AB$  的中点， $EC$  交  $BD$  于点  $F$ ，那么  $EF$  与  $CF$  的比是

- (A) 1 : 2                      (B) 1 : 3  
(C) 2 : 1                      (D) 3 : 1

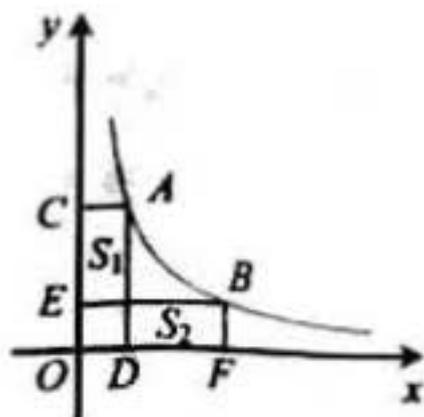


5. 如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，点  $A, B$  在反比例函数

$y = \frac{2}{x} (x > 0)$  的图象上，如果将矩形  $OCAD$  的面积记为  $S_1$ ，

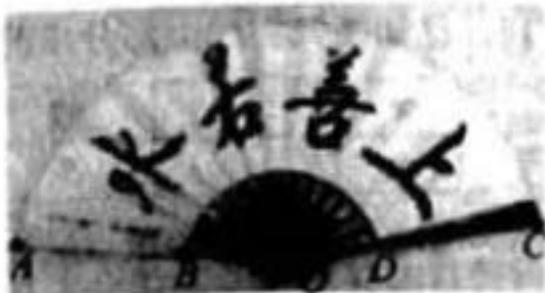
矩形  $OEBF$  的面积记为  $S_2$ ，那么  $S_1, S_2$  的关系是

- (A)  $S_1 > S_2$                       (B)  $S_1 = S_2$   
(C)  $S_1 < S_2$                       (D) 不能确定



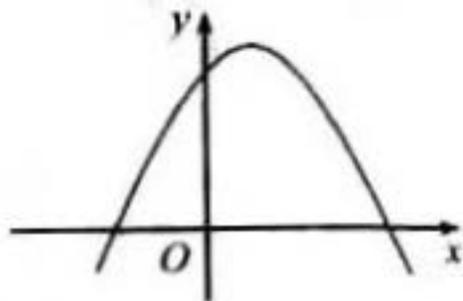
6. 如图, 将一把折扇打开后, 小东测量出  $\angle AOC = 160^\circ$ ,  $OA = 25 \text{ cm}$ ,  $OB = 10 \text{ cm}$ , 那么由  $\widehat{AC}$ ,  $\widehat{BD}$  及线段  $AB$ , 线段  $CD$  所围成的扇面的面积约是

- (A)  $157 \text{ cm}^2$                       (B)  $314 \text{ cm}^2$   
 (C)  $628 \text{ cm}^2$                       (D)  $733 \text{ cm}^2$



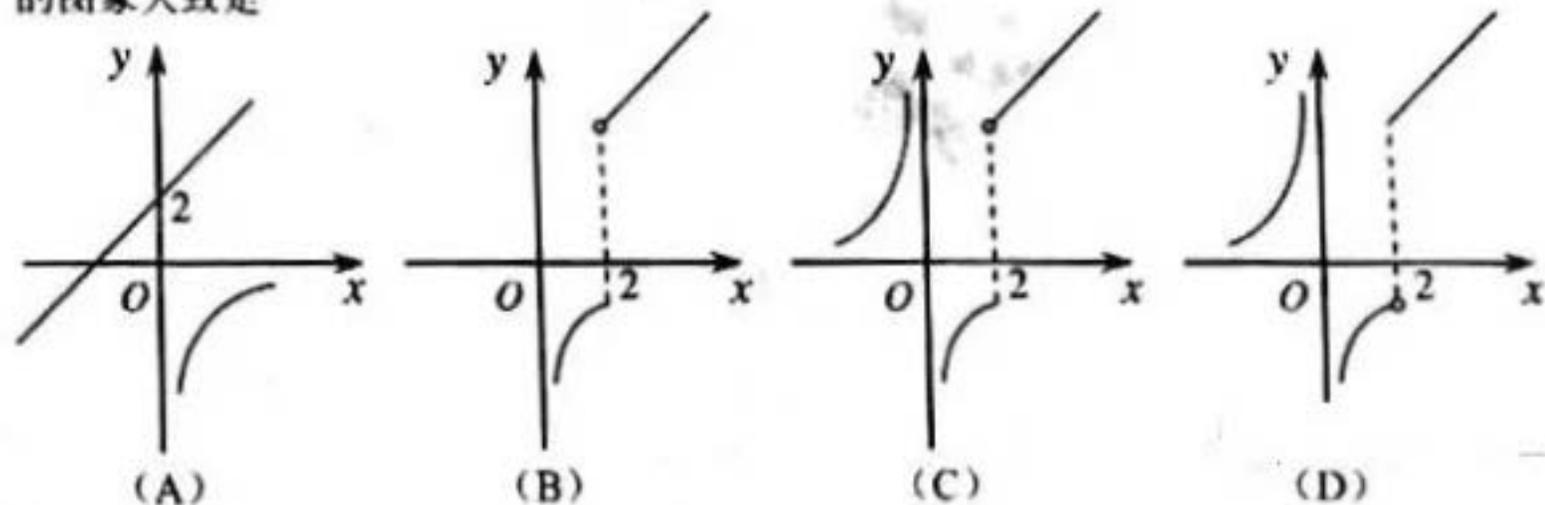
7. 二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 的图象如图所示, 那么下列说法正确的是

- (A)  $a > 0, b > 0, c > 0$       (B)  $a < 0, b > 0, c > 0$   
 (C)  $a < 0, b > 0, c < 0$       (D)  $a < 0, b < 0, c > 0$



8. 对于不为零的两个实数  $a, b$ , 如果规定:  $a \star b = \begin{cases} a+b & (a < b), \\ -\frac{a}{b} & (a \geq b), \end{cases}$  那么函数  $y = 2 \star x$

的图象大致是



二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 如图, 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $BC = 5$ ,  $AB = 6$ , 那么  $\cos B =$  \_\_\_\_\_.

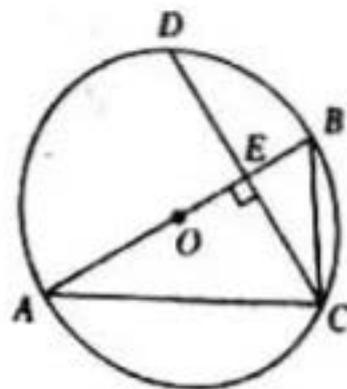
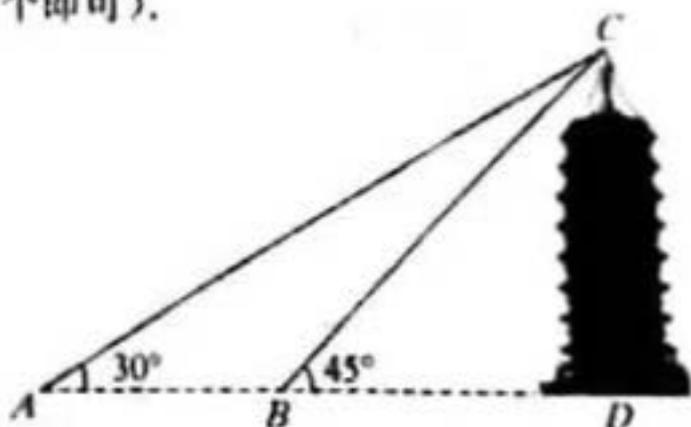
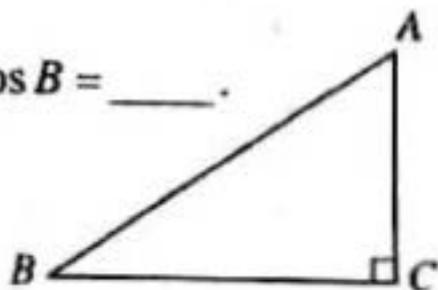
10. 如果  $2m = 3n$ , 那么  $m:n =$  \_\_\_\_\_.

11. 如果反比例函数  $y = \frac{m-2}{x}$ , 当  $x > 0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而减小, 那么  $m$  的值可能是 \_\_\_\_\_ (写出一个即可).

12. 永定塔是北京园博园的标志性建筑, 其外观为辽金风格的八角九层木塔, 游客可登至塔顶, 俯瞰园博园全貌. 如图, 在  $A$  处测得  $\angle CAD = 30^\circ$ , 在  $B$  处测得  $\angle CBD = 45^\circ$ , 并测得  $AB = 52$  米, 那么永定塔的高  $CD$  约是 \_\_\_\_\_ 米.

( $\sqrt{2} \approx 1.4$ ,  $\sqrt{3} \approx 1.7$ , 结果保留整数)

13. 如图,  $\odot O$  的直径  $AB$  垂直于弦  $CD$ , 垂足为  $E$ . 如果  $\angle B = 60^\circ$ ,  $AC = 4$ , 那么  $CD$  的长为 \_\_\_\_\_.



初三数学 第 2 页 (共 8 页)

14. 已知某抛物线上部分点的横坐标  $x$ , 纵坐标  $y$  的对应值如下表:

$x$	...	2	-1	0	1	2	...
$y$	...	5	0	-3	-4	-3	...

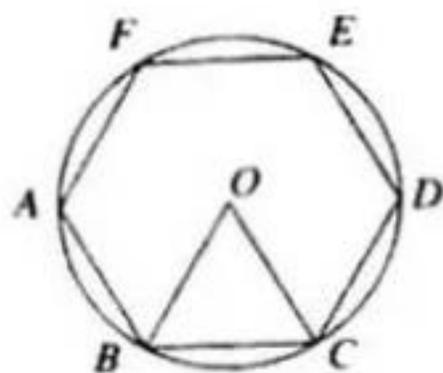
那么该抛物线的顶点坐标是 \_\_\_\_\_.

15. 刘徽是我国古代最杰出的数学家之一。他在《九章算术圆田术》中用“割圆术”证明了圆面积的精确定义，并给出了计算圆周率的科学方法。（注：圆周率=圆的周长与该圆直径的比值。）

“割圆术”就是以“圆内接正多边形的面积”，来无限逼近“圆面积”。刘徽形容他的“割圆术”说：割之弥细，所失弥少，割之又割，以至于不可割，则与圆合体，而无所失矣。



刘徽（约 225 年—约 295 年）



刘徽计算圆周率是从正六边形开始的，易知圆的内接正六边形可分为六个全等的正三角形，每个三角形的边长均为圆的半径  $R$ ，此时圆内接正六边形的周长为  $6R$ ，如果将圆内接正六边形的周长等同于圆的周长，可得圆周率为 3。当正十二边形内接于圆时，如果按照上述方法计算，可得圆周率为\_\_\_\_\_。（参考数据： $\pi \approx 3.14159265$ ）

16. 阅读下面材料：

在数学课上，老师请同学们思考如下问题：

请利用直尺和圆规四等分  $\widehat{AB}$ 。



小亮的作法如下：

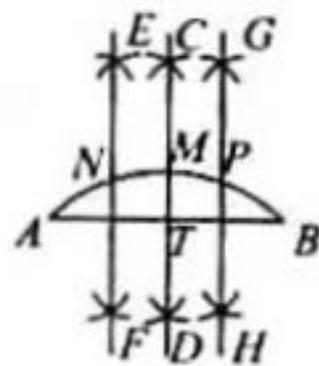
如图，

(1) 连接  $AB$ ；

(2) 作  $AB$  的垂直平分线  $CD$  交  $\widehat{AB}$  于点  $M$ ，  
交  $AB$  于点  $T$ ；

(3) 分别作线段  $AT$ ，线段  $BT$  的垂直平分线  $EF$ ， $GH$ ，  
交  $\widehat{AB}$  于  $N$ ， $P$  两点；

那么  $N$ ， $M$ ， $P$  三点把  $\widehat{AB}$  四等分。



老师问：“小亮的作法正确吗？”

请回答：小亮的作法\_\_\_\_\_（“正确”或“不正确”），理由是\_\_\_\_\_。

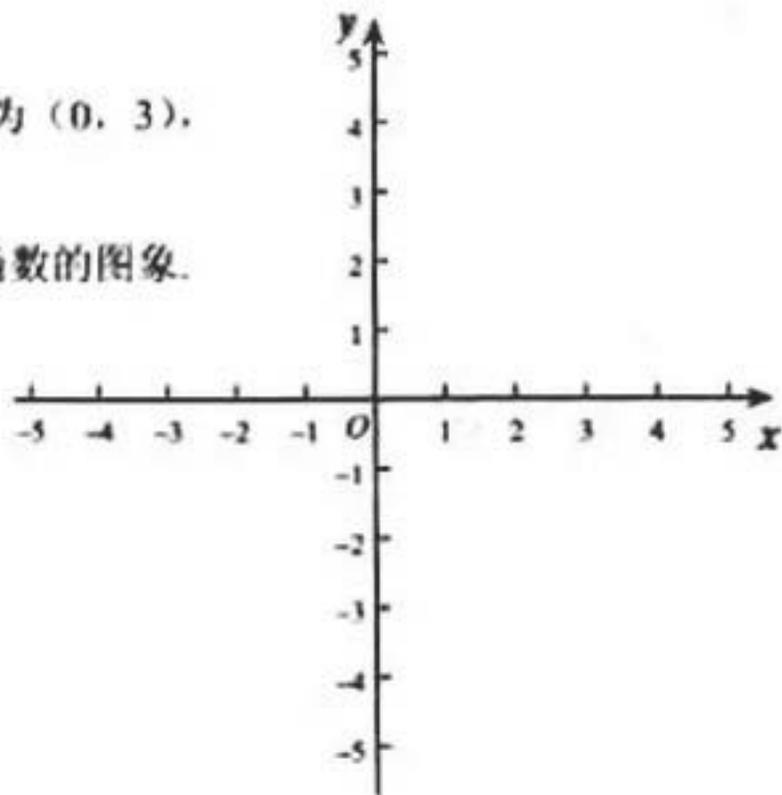
三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27、28 题，每小题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17. 计算： $\sin 60^\circ - \tan 45^\circ + 2\cos 60^\circ$ .

18. 函数  $y = mx^2 - 2mx - 3m$  是二次函数。

(1) 如果该二次函数的图象与  $y$  轴的交点为  $(0, 3)$ ，那么  $m =$  \_\_\_\_\_；

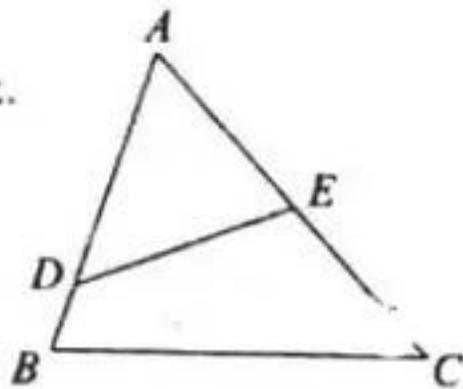
(2) 在给定的坐标系中画出 (1) 中二次函数的图象。



19. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $D$ 、 $E$  分别是边  $AB$ 、 $AC$  上的点，连接  $DE$ ，且  $\angle ADE = \angle ACB$ 。

(1) 求证： $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ ；

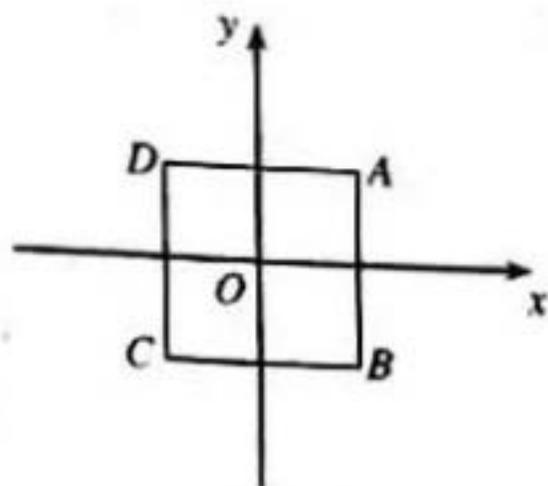
(2) 如果  $E$  是  $AC$  的中点， $AD = 8$ ， $AB = 10$ ，求  $AE$  的长。



20. 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $O$  为正方形  $ABCD$  对角线的交点, 且正方形  $ABCD$  的边均与某条坐标轴平行或垂直,  $AB = 4$ .

(1) 如果反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象经过点  $A$ , 求这个反比例函数的表达式;

(2) 如果反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象与正方形  $ABCD$  有公共点, 请直接写出  $k$  的取值范围.



初三数学 第4页 (共8页)

21. 如图 1, 某学校开展“交通安全日”活动. 在活动中, 交警叔叔向同学们展示了大货车盲区的分布情况, 并提醒大家: 坐在驾驶室的司机根本看不到在盲区中的同学们, 所以一定要远离大货车的盲区, 保护自身安全. 小刚所在的学习小组为了更好的分析大货车盲区的问题, 将图 1 用平面图形进行表示, 并标注了测量出的数据, 如图 2. 在图 2 中大货车的形状为矩形, 盲区 1 为梯形, 盲区 2、盲区 3 为直角三角形, 盲区 4 为正方形.



图 1

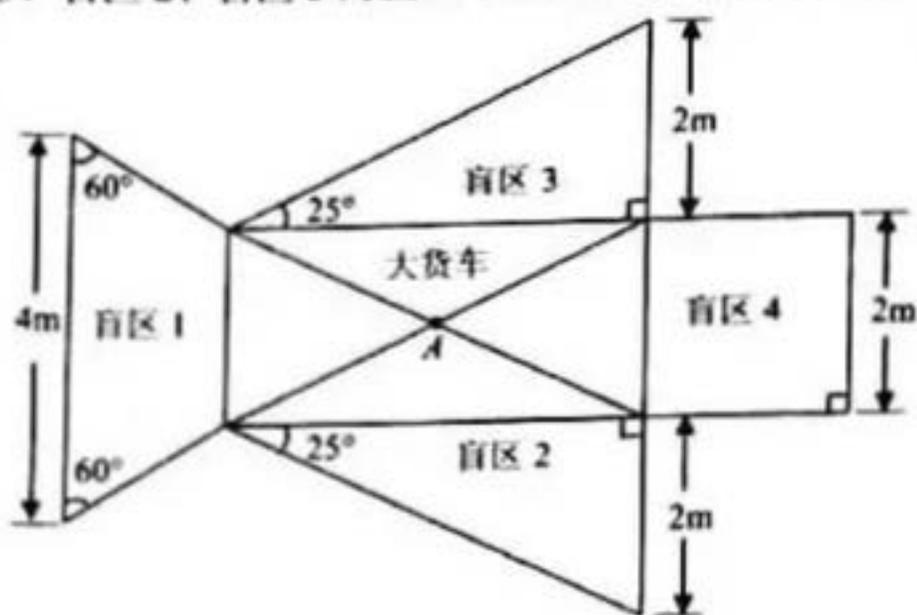


图 2

请你帮助小刚的学习小组解决下面的问题:

(1) 盲区 1 的面积约是 \_\_\_\_\_  $m^2$ ; 盲区 2 的面积约是 \_\_\_\_\_  $m^2$ ;

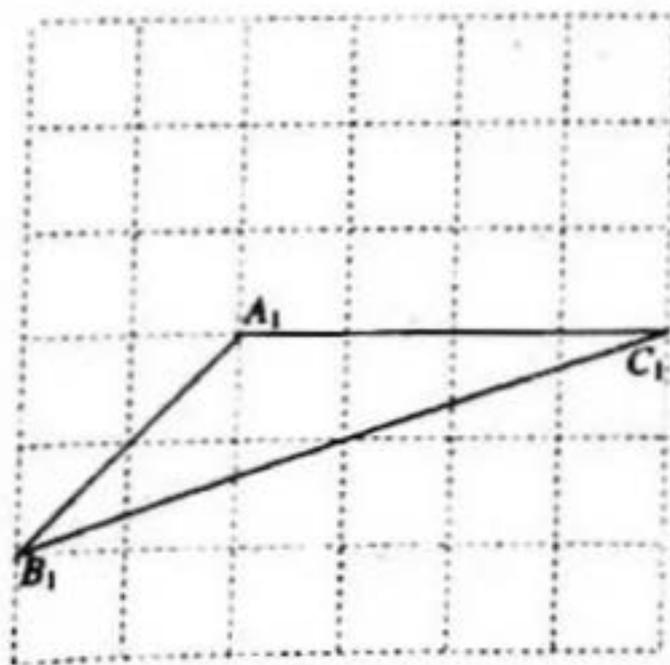
( $\sqrt{2} \approx 1.4$ ,  $\sqrt{3} \approx 1.7$ ,  $\sin 25^\circ \approx 0.4$ ,  $\cos 25^\circ \approx 0.9$ ,  $\tan 25^\circ \approx 0.5$ , 结果保留整数)

(2) 如果以大货车的中心  $A$  点为圆心, 覆盖所有盲区的半径最小的圆为大货车的危险区域, 请在图 2 中画出大货车的危险区域.

22. 如图是边长为 1 的正方形网格,  $\triangle A_1B_1C_1$  的顶点均在格点上.

(1) 在该网格中画出  $\triangle A_2B_2C_2$  (顶点均在格点上), 使  $\triangle A_2B_2C_2 \sim \triangle A_1B_1C_1$ ;

(2) 请写出 (1) 中作图的主要步骤, 并说明  $\triangle A_2B_2C_2$  和  $\triangle A_1B_1C_1$  相似的依据.



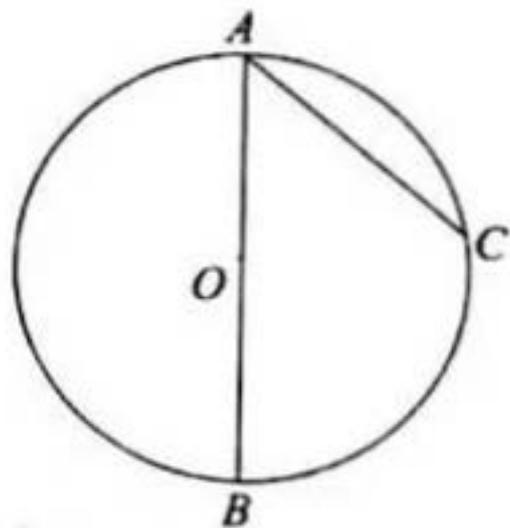
初三数学 第 5 页 (共 8 页)

23. 如图,  $AB$  是  $\odot O$  的直径,  $C$  是  $\odot O$  上一点, 连接  $AC$ . 过点  $B$  作  $\odot O$  的切线, 交  $AC$  的延长线于点  $D$ . 在  $AD$  上取一点  $E$ , 使  $AE = AB$ , 连接  $BE$ , 交  $\odot O$  于点  $F$ .

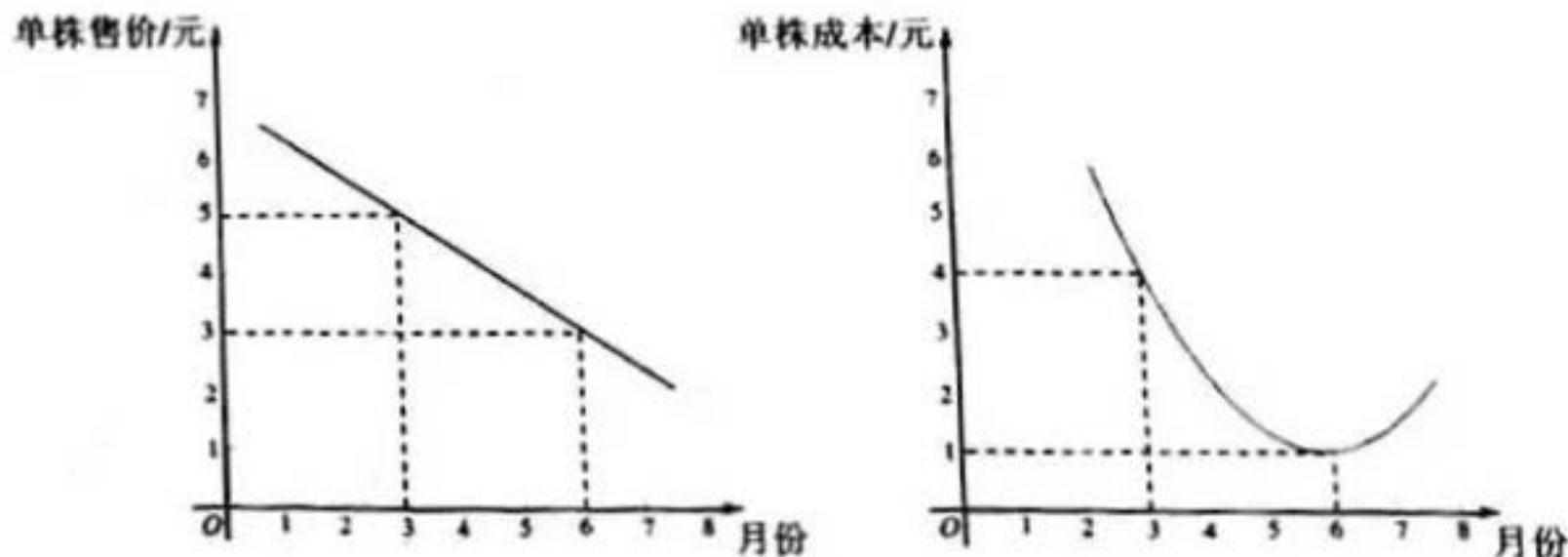
请补全图形并解决下面的问题:

(1) 求证:  $\angle BAE = 2\angle EBD$ ;

(2) 如果  $AB = 5$ ,  $\sin \angle EBD = \frac{\sqrt{5}}{5}$ , 求  $BD$  的长.

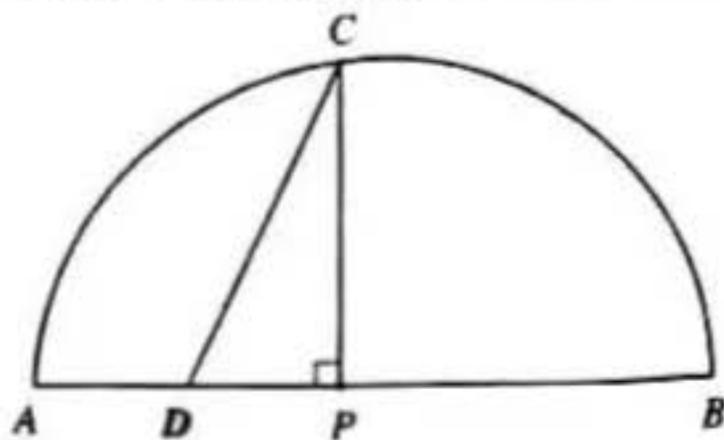


24. 小哲的姑妈经营一家花店. 随着越来越多的人喜爱“多肉植物”, 姑妈也打算销售“多肉植物”. 小哲帮助姑妈针对某种“多肉植物”做了市场调查后, 绘制了以下两张图表:



- (1) 如果在三月份出售这种植物, 单株获利\_\_\_\_\_元;
- (2) 请你运用所学知识, 帮助姑妈求出在哪个月份销售这种多肉植物, 单株获利最大?  
(提示: 单株获利=单株售价-单株成本)

25. 如图,  $P$  是  $\widehat{AB}$  所对弦  $AB$  上一动点, 过点  $P$  作  $PC \perp AB$  交  $\widehat{AB}$  于点  $C$ , 取  $AP$  中点  $D$ , 连接  $CD$ . 已知  $AB = 6\text{cm}$ , 设  $A, P$  两点间的距离为  $x\text{cm}$ ,  $C, D$  两点间的距离为  $y\text{cm}$ . (当点  $P$  与点  $A$  重合时,  $y$  的值为 0; 当点  $P$  与点  $B$  重合时,  $y$  的值为 3)

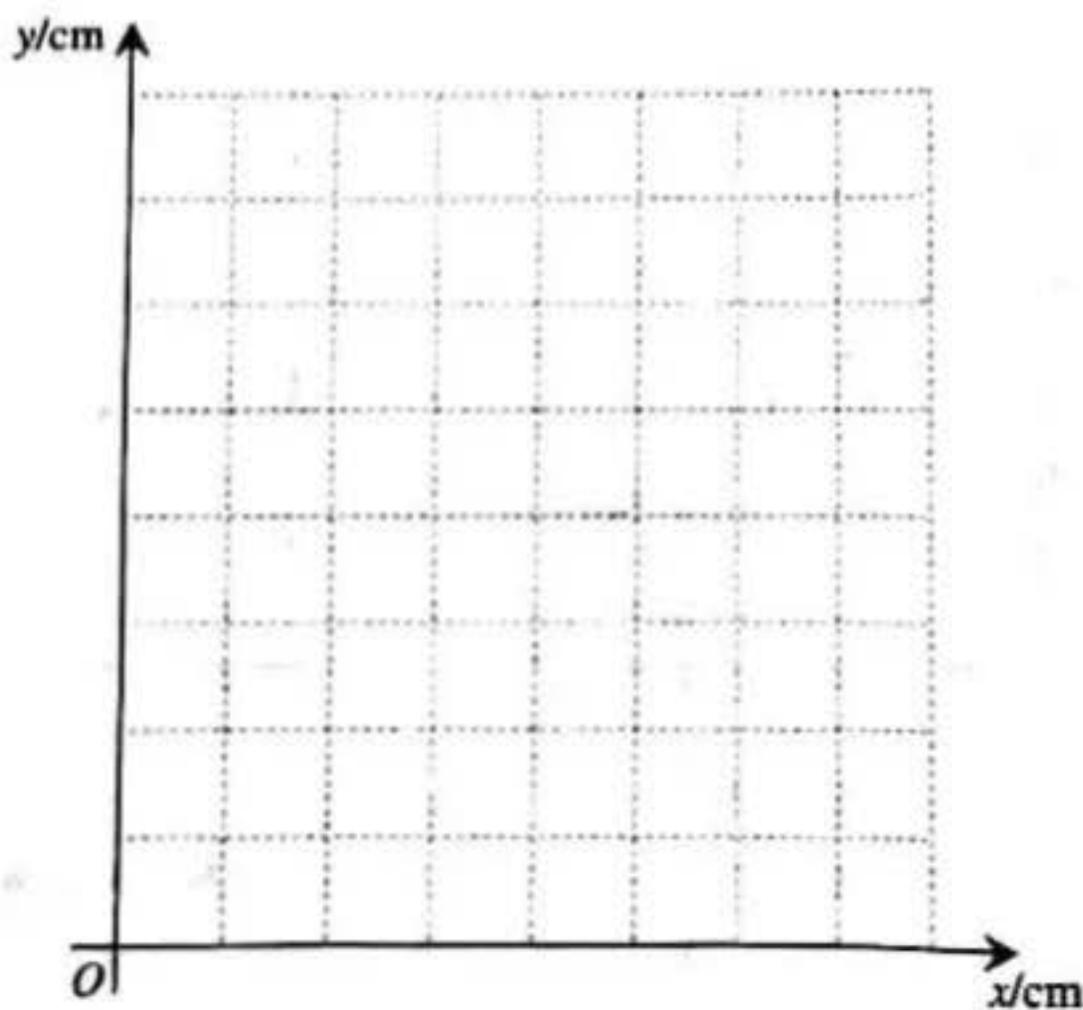


小凡根据学习函数的经验, 对函数  $y$  随自变量  $x$  的变化而变化的规律进行了探究. 下面是小凡的探究过程, 请补充完整:

- (1) 通过取点、画图、测量, 得到了  $x$  与  $y$  的几组值, 如下表:

$x/\text{cm}$	0	1	2	3	4	5	6
$y/\text{cm}$	0	2.2		3.2	3.4	3.2	2

- (2) 建立平面直角坐标系, 描出补全后的表中各对对应值为坐标的点, 画出该函数的图象:



- (3) 结合所画出的函数图象, 解决问题: 当  $\angle C = 30^\circ$  时,  $AP$  的长度约为           $\text{cm}$ .

26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 抛物线  $y = ax^2 + bx + 3a$  过点  $A(-1, 0)$ .

(1) 求抛物线的对称轴;

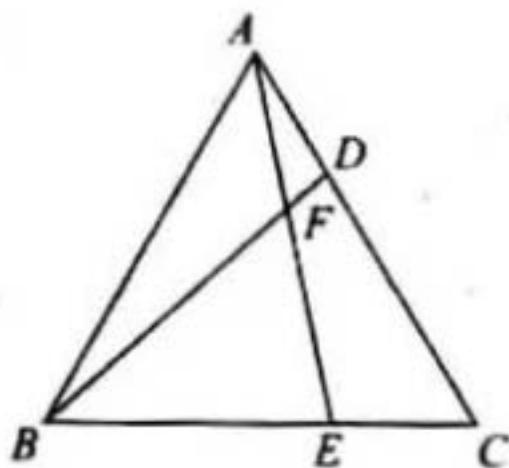
(2) 直线  $y = x + 4$  与  $y$  轴交于点  $B$ , 与该抛物线对称轴交于点  $C$ . 如果该抛物线与线段  $BC$  有交点, 结合函数的图象, 求  $a$  的取值范围.

27. 如图,  $\triangle ABC$  是等边三角形,  $D, E$  分别是  $AC, BC$  边上的点, 且  $AD = CE$ , 连接  $BD, AE$  相交于点  $F$ .

(1)  $\angle BFE$  的度数是\_\_\_\_\_;

(2) 如果  $\frac{AD}{AC} = \frac{1}{2}$ , 那么  $\frac{AF}{BF} =$ \_\_\_\_\_;

(3) 如果  $\frac{AD}{AC} = \frac{1}{n}$  时, 请用含  $n$  的式子表示  $AF, BF$  的数量关系, 并证明.



28. 对于平面直角坐标系  $xOy$  中的点  $P$  和  $\odot C$ , 给出如下定义: 若  $\odot C$  上存在一个点  $M$ , 使得  $MP = MC$ , 则称点  $P$  为  $\odot C$  的“等径点”.

已知点  $D(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}), E(0, 2\sqrt{3}), F(-2, 0)$ .

(1) 当  $\odot O$  的半径为 1 时,

① 在点  $D, E, F$  中,  $\odot O$  的“等径点”是\_\_\_\_\_;

② 作直线  $EF$ , 若直线  $EF$  上的点  $T(m, n)$  是  $\odot O$  的“等径点”, 求  $m$  的取值范围.

(2) 过点  $E$  作  $EG \perp EF$  交  $x$  轴于点  $G$ , 若  $\triangle EFG$  各边上所有的点都是某个圆的“等径点”, 求这个圆的半径  $r$  的取值范围.