

初三数学

2019. 01

考生须知	1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。 2. 在试卷和答题卡上认真填写学校名称、姓名和考号。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5. 考试结束，将本试卷和答题卡一并交回。
------	---

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

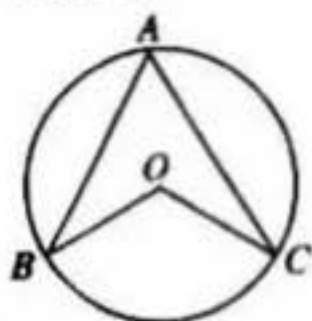
下列各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的。

1. 如果 $\angle A$ 是锐角，且 $\sin A = \frac{1}{2}$ ，那么 $\angle A$ 的度数是

- (A) 90° (B) 60° (C) 45° (D) 30°

2. 如图， A, B, C 是 $\odot O$ 上的点，如果 $\angle BOC = 120^\circ$ ，那么 $\angle BAC$ 的度数是

- (A) 90° (B) 60°
(C) 45° (D) 30°

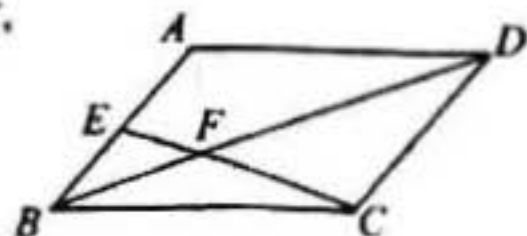


3. 将二次函数 $y = x^2 - 4x + 1$ 化成 $y = a(x - h)^2 + k$ 的形式为

- (A) $y = (x - 4)^2 + 1$ (B) $y = (x - 4)^2 - 3$
(C) $y = (x - 2)^2 - 3$ (D) $y = (x + 2)^2 - 3$

4. 如图，在 $\square ABCD$ 中， E 是 AB 的中点， EC 交 BD 于点 F ，那么 EF 与 CF 的比是

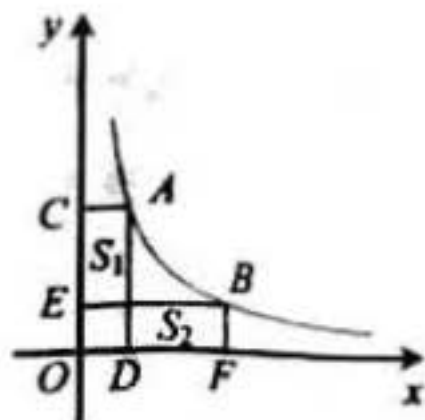
- (A) 1 : 2 (B) 1 : 3
(C) 2 : 1 (D) 3 : 1



5. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 A, B 在反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ ($x > 0$) 的图象上，如果将矩形 $OCAD$ 的面积记为 S_1 ，

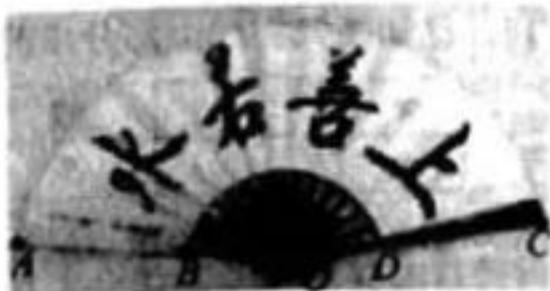
矩形 $OEBF$ 的面积记为 S_2 ，那么 S_1, S_2 的关系是

- (A) $S_1 > S_2$ (B) $S_1 = S_2$
(C) $S_1 < S_2$ (D) 不能确定



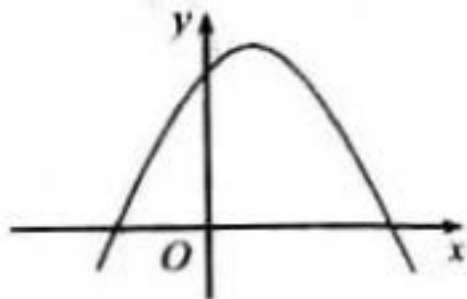
6. 如图, 将一把折扇打开后, 小东测量出 $\angle AOC = 160^\circ$, $OA = 25 \text{ cm}$, $OB = 10 \text{ cm}$, 那么由 \widehat{AC} , \widehat{BD} 及线段 AB , 线段 CD 所围成的扇面的面积约是

- (A) 157 cm^2 (B) 314 cm^2
 (C) 628 cm^2 (D) 733 cm^2



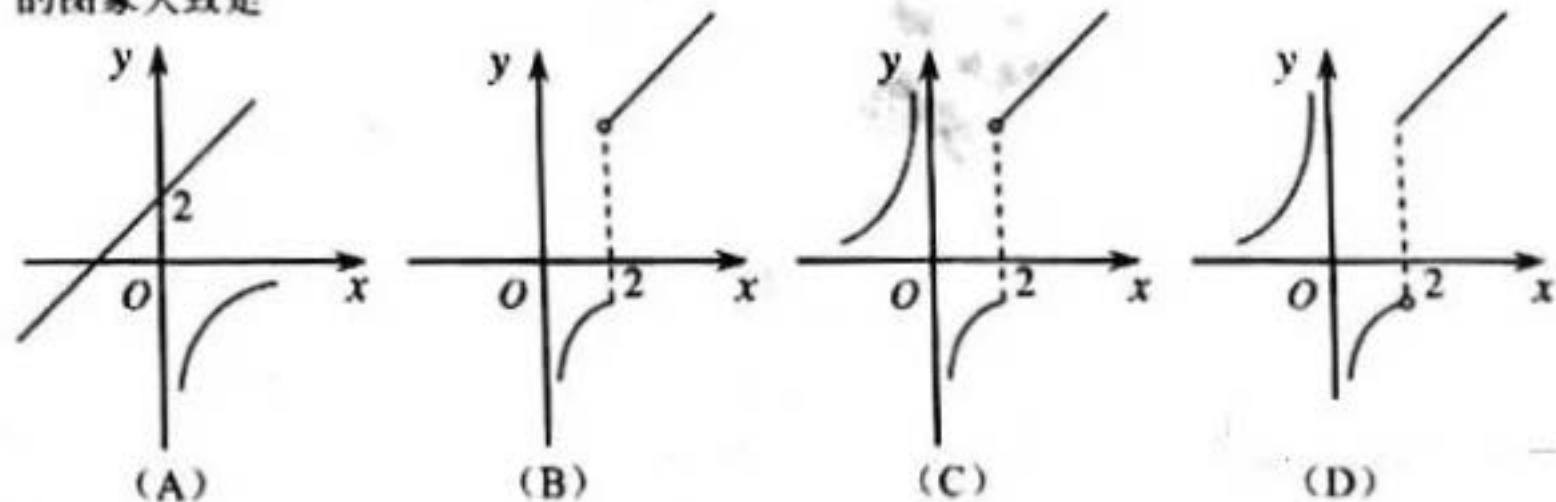
7. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示, 那么下列说法正确的是

- (A) $a > 0, b > 0, c > 0$ (B) $a < 0, b > 0, c > 0$
 (C) $a < 0, b > 0, c < 0$ (D) $a < 0, b < 0, c > 0$



8. 对于不为零的两个实数 a, b , 如果规定: $a \star b = \begin{cases} a+b & (a < b), \\ -\frac{a}{b} & (a \geq b), \end{cases}$ 那么函数 $y = 2 \star x$

的图象大致是

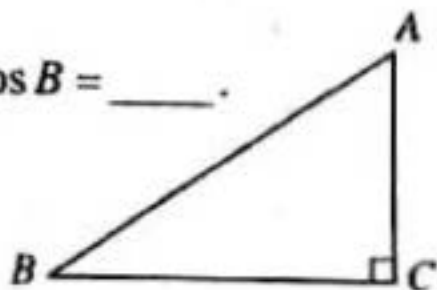


二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $BC = 5$ ， $AB = 6$ ，那么 $\cos B =$ _____.

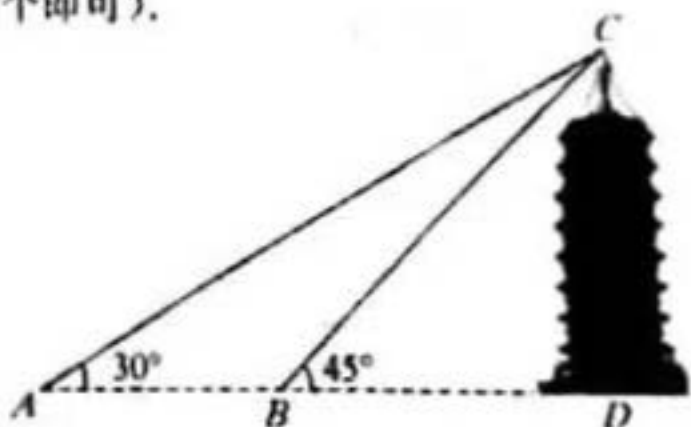
10. 如果 $2m = 3n$ ，那么 $m:n =$ _____.

11. 如果反比例函数 $y = \frac{m-2}{x}$ ，当 $x > 0$ 时， y 随 x 的增大而减小，那么 m 的值可能是 _____（写出一个即可）.

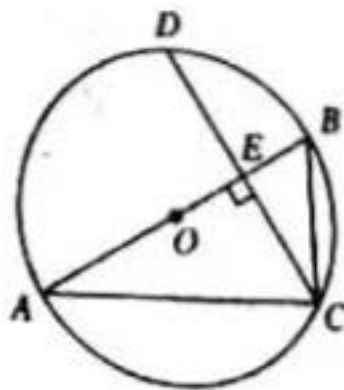


12. 永定塔是北京园博园的标志性建筑，其外观为辽金风格的八角九层木塔，游客可登至塔顶，俯瞰园博园全貌. 如图，在 A 处测得 $\angle CAD = 30^\circ$ ，在 B 处测得 $\angle CBD = 45^\circ$ ，并测得 $AB = 52$ 米，那么永定塔的高 CD 约是 _____ 米.

（ $\sqrt{2} \approx 1.4$ ， $\sqrt{3} \approx 1.7$ ，结果保留整数）



13. 如图， $\odot O$ 的直径 AB 垂直于弦 CD ，垂足为 E . 如果 $\angle B = 60^\circ$ ， $AC = 4$ ，那么 CD 的长为 _____.



初三数学 第 2 页（共 8 页）

14. 已知某抛物线上部分点的横坐标 x ，纵坐标 y 的对应值如下表：

x	...	2	-1	0	1	2	...
y	...	5	0	-3	-4	-3	...

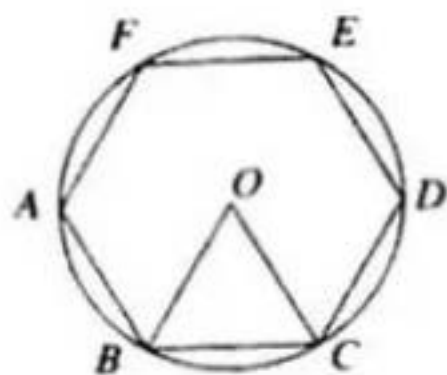
那么该抛物线的顶点坐标是 _____.

15. 刘徽是我国古代最杰出的数学家之一。他在《九章算术圆田术》中用“割圆术”证明了圆面积的精确定义，并给出了计算圆周率的科学方法。（注：圆周率=圆的周长与该圆直径的比值。）

“割圆术”就是以“圆内接正多边形的面积”，来无限逼近“圆面积”。刘徽形容他的“割圆术”说：割之弥细，所失弥少，割之又割，以至于不可割，则与圆合体，而无所失矣。



刘徽（约 225 年—约 295 年）



刘徽计算圆周率是从正六边形开始的，易知圆的内接正六边形可分为六个全等的正三角形，每个三角形的边长均为圆的半径 R ，此时圆内接正六边形的周长为 $6R$ ，如果将圆内接正六边形的周长等同于圆的周长，可得圆周率为 3。当正十二边形内接于圆时，如果按照上述方法计算，可得圆周率为_____。（参考数据： $\pi \approx 3.14159265$ ）

16. 阅读下面材料：

在数学课上，老师请同学们思考如下问题：

请利用直尺和圆规四等分 \widehat{AB} 。



小亮的作法如下：

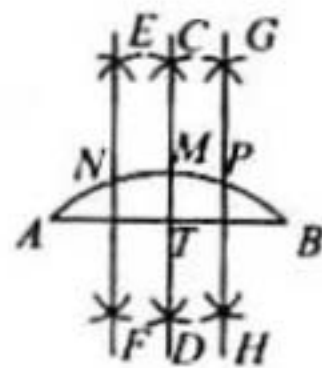
如图。

(1) 连接 AB ；

(2) 作 AB 的垂直平分线 CD 交 \widehat{AB} 于点 M ，
交 AB 于点 T ；

(3) 分别作线段 AT ，线段 BT 的垂直平分线 EF ， GH ，
交 \widehat{AB} 于 N ， P 两点；

那么 N ， M ， P 三点把 \widehat{AB} 四等分。



老师问：“小亮的作法正确吗？”

请回答：小亮的作法_____（“正确”或“不正确”），理由是_____。

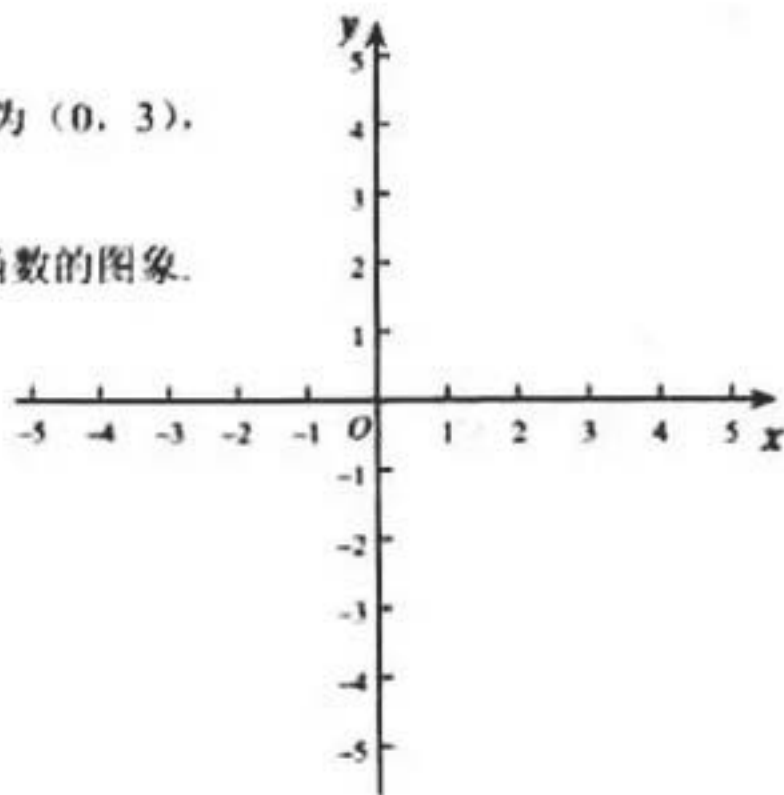
三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27、28 题，每小题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17. 计算： $\sin 60^\circ - \tan 45^\circ + 2\cos 60^\circ$.

18. 函数 $y = mx^2 - 2mx - 3m$ 是二次函数。

(1) 如果该二次函数的图象与 y 轴的交点为 $(0, 3)$ ，那么 $m =$ _____；

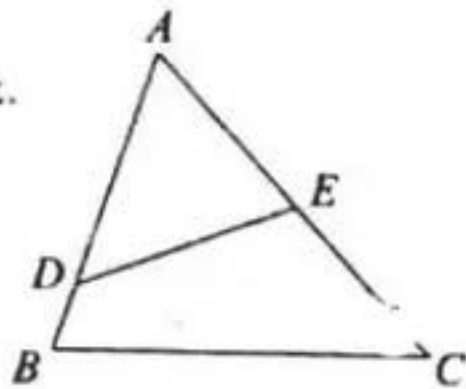
(2) 在给定的坐标系中画出 (1) 中二次函数的图象。



19. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分别是边 AB 、 AC 上的点，连接 DE ，且 $\angle ADE = \angle ACB$ 。

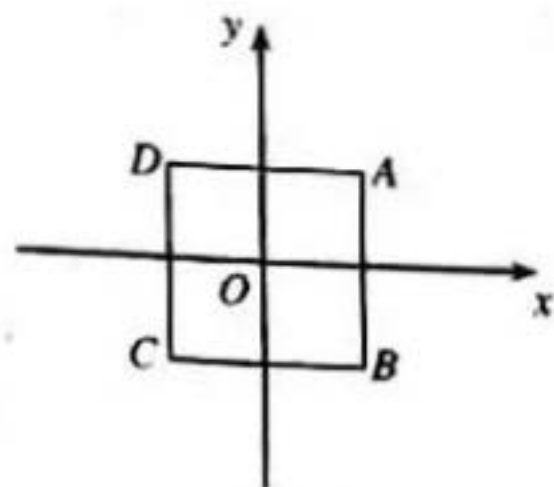
(1) 求证： $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ ；

(2) 如果 E 是 AC 的中点， $AD = 8$ ， $AB = 10$ ，求 AE 的长。



20. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 O 为正方形 $ABCD$ 对角线的交点, 且正方形 $ABCD$ 的边均与某条坐标轴平行或垂直, $AB = 4$.

- (1) 如果反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 A , 求这个反比例函数的表达式;
- (2) 如果反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象与正方形 $ABCD$ 有公共点, 请直接写出 k 的取值范围.



初三数学 第4页 (共8页)

21. 如图 1, 某学校开展“交通安全日”活动. 在活动中, 交警叔叔向同学们展示了大货车盲区的分布情况, 并提醒大家: 坐在驾驶室的司机根本看不到在盲区中的同学们, 所以一定要远离大货车的盲区, 保护自身安全. 小刚所在的学习小组为了更好的分析大货车盲区的问题, 将图 1 用平面图形进行表示, 并标注了测量出的数据, 如图 2. 在图 2 中大货车的形状为矩形, 盲区 1 为梯形, 盲区 2、盲区 3 为直角三角形, 盲区 4 为正方形.



图 1

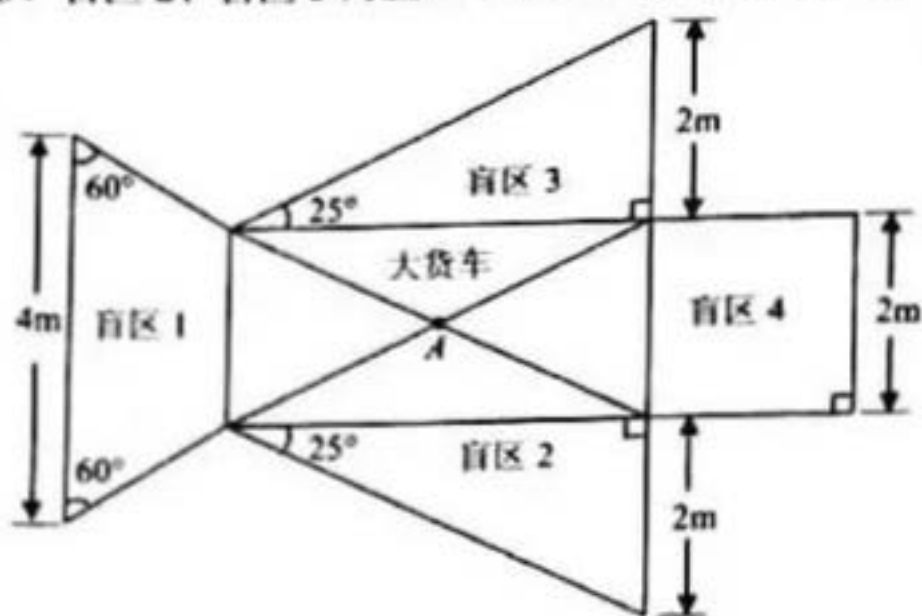


图 2

请你帮助小刚的学习小组解决下面的问题:

- (1) 盲区 1 的面积约是 _____ m^2 ; 盲区 2 的面积约是 _____ m^2 ;

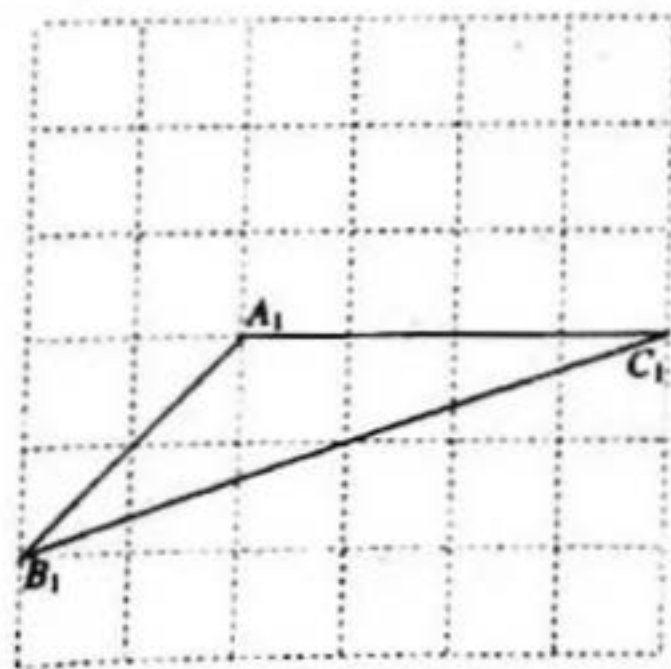
($\sqrt{2} \approx 1.4$, $\sqrt{3} \approx 1.7$, $\sin 25^\circ \approx 0.4$, $\cos 25^\circ \approx 0.9$, $\tan 25^\circ \approx 0.5$, 结果保留整数)

- (2) 如果以大货车的中心 A 点为圆心, 覆盖所有盲区的半径最小的圆为大货车的危险区域, 请在图 2 中画出大货车的危险区域.

22. 如图是边长为 1 的正方形网格, $\triangle A_1B_1C_1$ 的顶点均在格点上.

(1) 在该网格中画出 $\triangle A_2B_2C_2$ (顶点均在格点上), 使 $\triangle A_2B_2C_2 \sim \triangle A_1B_1C_1$;

(2) 请写出 (1) 中作图的主要步骤, 并说明 $\triangle A_2B_2C_2$ 和 $\triangle A_1B_1C_1$ 相似的依据.



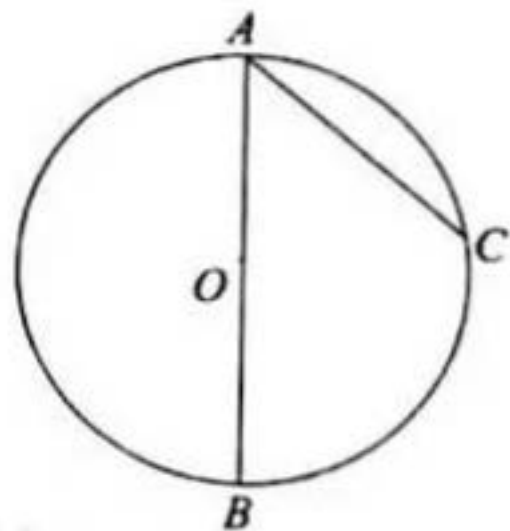
初三数学 第 5 页 (共 8 页)

23. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C 是 $\odot O$ 上一点, 连接 AC . 过点 B 作 $\odot O$ 的切线, 交 AC 的延长线于点 D . 在 AD 上取一点 E , 使 $AE = AB$, 连接 BE , 交 $\odot O$ 于点 F .

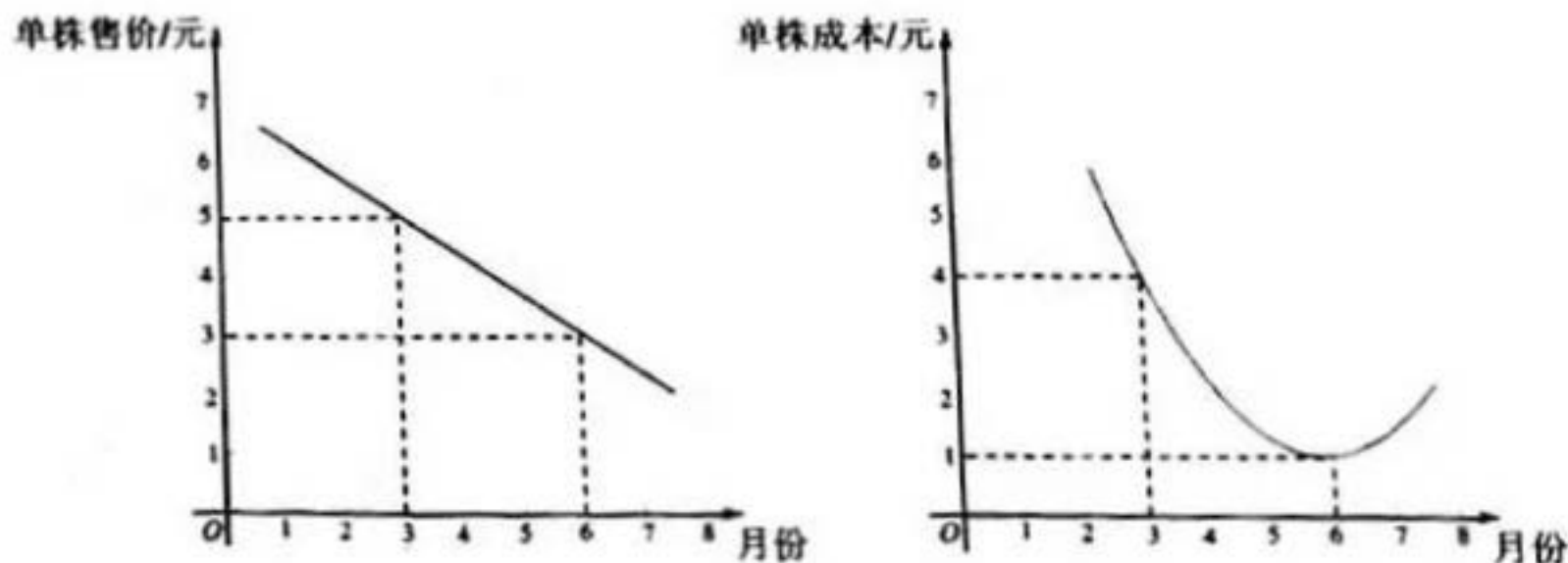
请补全图形并解决下面的问题:

(1) 求证: $\angle BAE = 2\angle EBD$;

(2) 如果 $AB = 5$, $\sin \angle EBD = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 求 BD 的长.

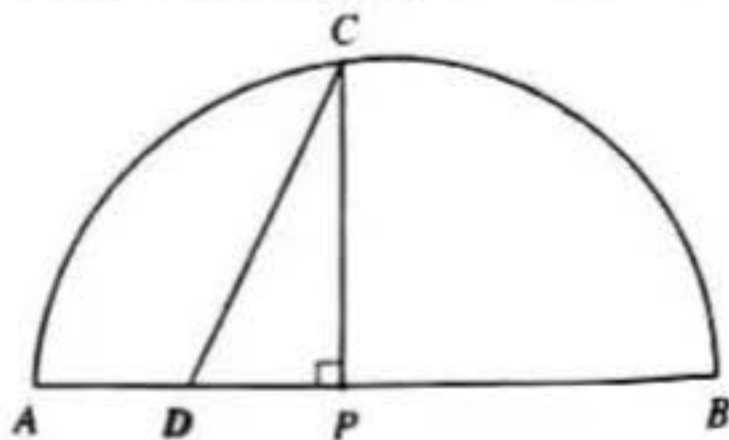


24. 小哲的姑妈经营一家花店. 随着越来越多的人喜爱“多肉植物”, 姑妈也打算销售“多肉植物”. 小哲帮助姑妈针对某种“多肉植物”做了市场调查后, 绘制了以下两张图表:



- (1) 如果在三月份出售这种植物, 单株获利_____元;
- (2) 请你运用所学知识, 帮助姑妈求出在哪个月份销售这种多肉植物, 单株获利最大?
(提示: 单株获利=单株售价-单株成本)

25. 如图, P 是 \widehat{AB} 所对弦 AB 上一动点, 过点 P 作 $PC \perp AB$ 交 \widehat{AB} 于点 C , 取 AP 中点 D , 连接 CD . 已知 $AB = 6\text{cm}$, 设 A, P 两点间的距离为 $x\text{cm}$, C, D 两点间的距离为 $y\text{cm}$. (当点 P 与点 A 重合时, y 的值为 0; 当点 P 与点 B 重合时, y 的值为 3)

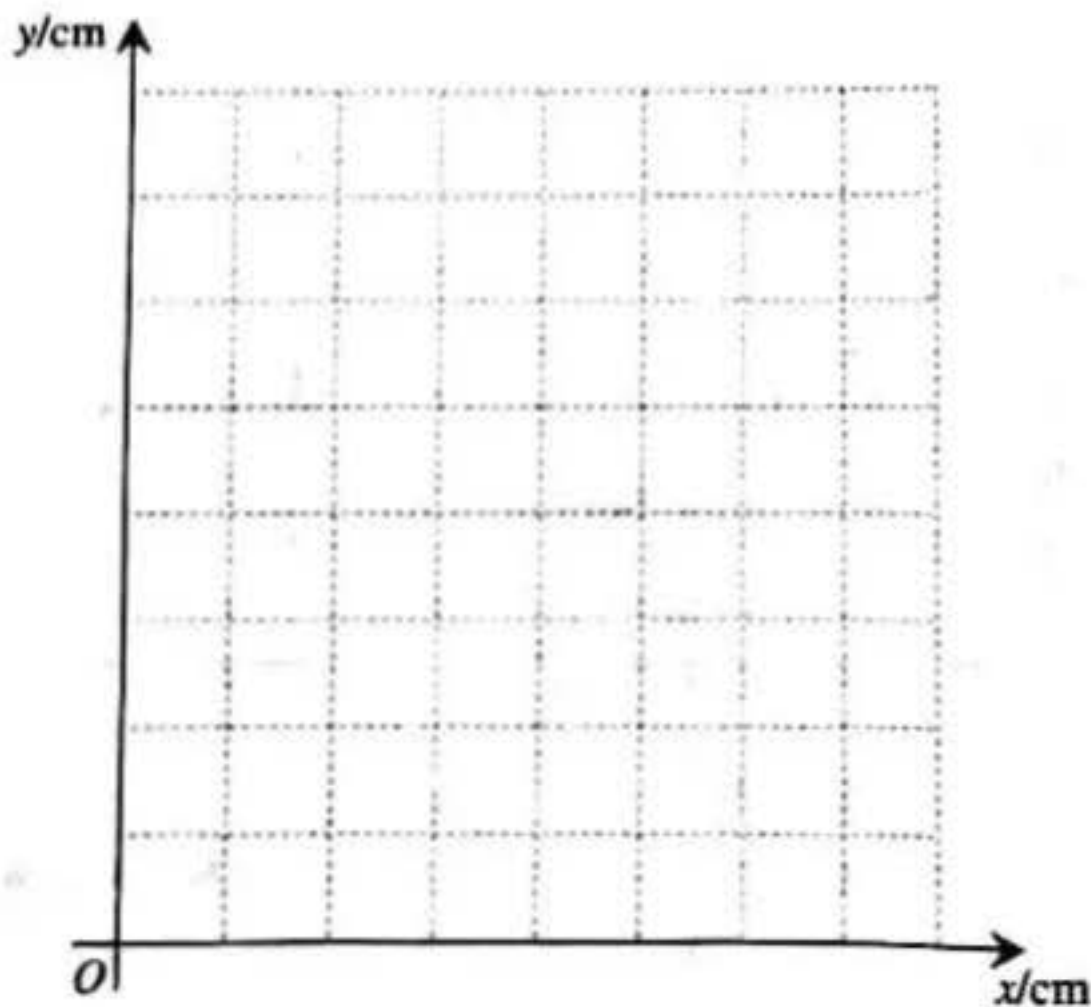


小凡根据学习函数的经验, 对函数 y 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究. 下面是小凡的探究过程, 请补充完整:

- (1) 通过取点、画图、测量, 得到了 x 与 y 的几组值, 如下表:

x/cm	0	1	2	3	4	5	6
y/cm	0	2.2		3.2	3.4	3.2	0

- (2) 建立平面直角坐标系, 描出补全后的表中各对对应值为坐标的点, 画出该函数的图象:



- (3) 结合所画出的函数图象, 解决问题: 当 $\angle C = 30^\circ$ 时, AP 的长度约为 cm .

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + 3a$ 过点 $A(-1, 0)$.

(1) 求抛物线的对称轴;

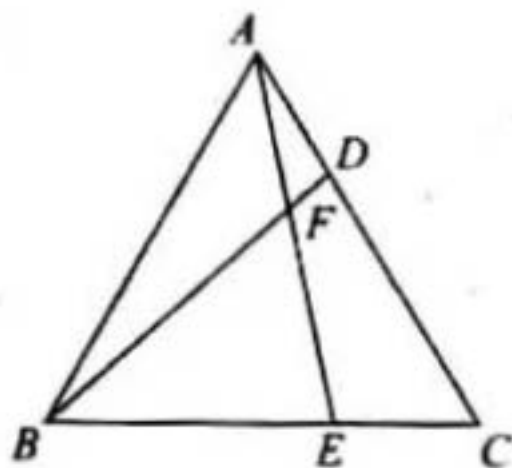
(2) 直线 $y = x + 4$ 与 y 轴交于点 B , 与该抛物线对称轴交于点 C . 如果该抛物线与线段 BC 有交点, 结合函数的图象, 求 a 的取值范围.

27. 如图, $\triangle ABC$ 是等边三角形, D, E 分别是 AC, BC 边上的点, 且 $AD = CE$, 连接 BD, AE 相交于点 F .

(1) $\angle BFE$ 的度数是_____;

(2) 如果 $\frac{AD}{AC} = \frac{1}{2}$, 那么 $\frac{AF}{BF} =$ _____;

(3) 如果 $\frac{AD}{AC} = \frac{1}{n}$ 时, 请用含 n 的式子表示 AF, BF 的数量关系, 并证明.



28. 对于平面直角坐标系 xOy 中的点 P 和 $\odot C$, 给出如下定义: 若 $\odot C$ 上存在一个点 M , 使得 $MP = MC$, 则称点 P 为 $\odot C$ 的“等径点”.

已知点 $D(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}), E(0, 2\sqrt{3}), F(-2, 0)$.

(1) 当 $\odot O$ 的半径为 1 时,

① 在点 D, E, F 中, $\odot O$ 的“等径点”是_____;

② 作直线 EF , 若直线 EF 上的点 $T(m, n)$ 是 $\odot O$ 的“等径点”, 求 m 的取值范围.

(2) 过点 E 作 $EG \perp EF$ 交 x 轴于点 G , 若 $\triangle EFG$ 各边上所有的点都是某个圆的“等径点”, 求这个圆的半径 r 的取值范围.