

# 数学练习

班级\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_

学生 须知	1. 本练习卷共 6 页，共 26 道小题，满分 100 分.练习时间 120 分钟. 2. 在练习卷和答题卡上准确填写班级、姓名和学号. 3. 答案一律填写在答题纸上，在练习卷上作答无效. 4. 选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其它试题用黑色字迹签字笔作答.
----------	--

## 一、选择题.

1. 下列关系式中，属于二次函数的是( )

A.  $y = \frac{x^2}{3}$                       B.  $y = \sqrt{x^2 - 4}$                       C.  $y = \frac{1}{x^2 - 3}$                       D.  $y = x - 3$

2. 抛物线  $y = 3(x-1)^2 + 4$  的顶点坐标是( )

A.  $(-1, 4)$                       B.  $(-1, -4)$                       C.  $(1, 4)$                       D.  $(1, -4)$

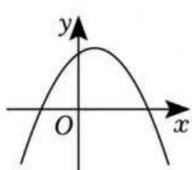
3. 一元二次方程  $x^2 - 4x + 3 = 0$  的解为( )

A.  $x_1 = -1, x_2 = 3$                       B.  $x_1 = 1, x_2 = 3$   
 C.  $x_1 = -1, x_2 = -3$                       D.  $x_1 = 1, x_2 = -3$

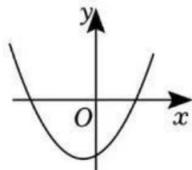
4. 抛物线  $y = x^2 + 2x + 3$  与  $x$  轴的公共点的个数是( )

A. 0 个                      B. 1 个                      C. 2 个                      D. 3 个

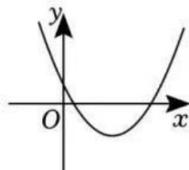
5. 如果在二次函数的表达式  $y = ax^2 + bx + c$  中， $a > 0$ ， $b < 0$ ， $c < 0$ ，那么这个二次函数的图象可能是( )



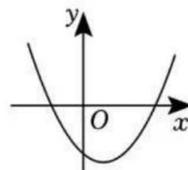
A



B



C



D

6. 关于  $x$  的方程  $(k-1)^2x^2 + (2k+1)x + 1 = 0$  有实数根，则  $k$  的取值范围是( )

A.  $k > \frac{1}{4}$  且  $k \neq 1$                       B.  $k \geq \frac{1}{4}$  且  $k \neq 1$                       C.  $k > \frac{1}{4}$                       D.  $k \geq \frac{1}{4}$

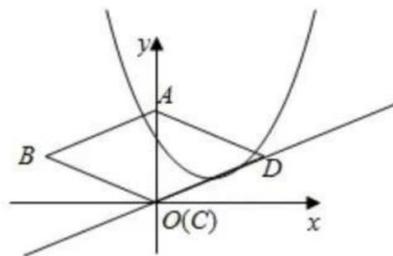
7. 已知二次函数  $y = -x^2 + 2x + c$ ，分别取  $x_1 = -1$ ， $x_2 = \frac{1}{2}$ ， $x_3 = 2$ ，那么对应的函数值为  $y_1$ ，

$y_2$ ， $y_3$  中，最大的为( )

A.  $y_1$                       B.  $y_2$                       C.  $y_3$                       D. 不能确定

8. 如图, 直线  $y = -\frac{1}{2}x + 2$  与  $y$  轴交于点  $A$ , 与直线  $y = \frac{1}{2}x$  交于点  $D$ , 以  $AD$  为边向左作菱形  $ABCD$ , 点  $C$  恰与原点  $O$  重合, 抛物线  $y = (x-h)^2 + k$  的顶点在直线  $y = \frac{1}{2}x$  移动. 若抛物线与菱形的边  $AD$ 、 $CD$  都有公共点, 则  $h$  的取值范围是( )

- A.  $-\frac{1}{2} \leq h \leq 2$   
 B.  $-1 \leq h \leq 2$   
 C.  $-\frac{3}{2} \leq h \leq 1$   
 D.  $-\frac{1}{2} \leq h \leq 1$

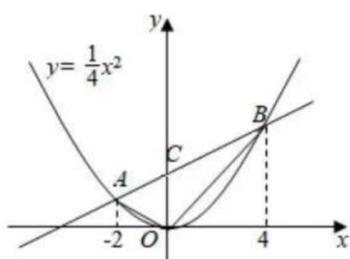


二、填空题.

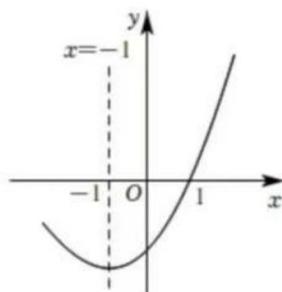
9. 用配方法解方程  $x^2 - 6x + 1 = 0$ , 配方后所得方程是\_\_\_\_\_.
10. 关于  $x$  的方程  $x^2 + 4kx + 2k^2 = 4$  的一个解是 2, 则  $k$  值为\_\_\_\_\_.
11. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + 2x - 1 + m = 0$  有两个实数根, 则实数  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
12. 某学校开展的课外阅读活动中, 学生人均阅读量从七年级的每年 100 万字增加到九年级的每年 121 万字.  
 设该校七至九年级人均阅读量年均增长率为  $x$ , 根据题意, 可列方程\_\_\_\_\_.

13. 已知函数  $y = \begin{cases} x^2, & 0 \leq x < 1 \\ 2x - 2, & x \geq 1 \end{cases}$ , 若  $y = 2$ , 则  $x =$ \_\_\_\_\_.

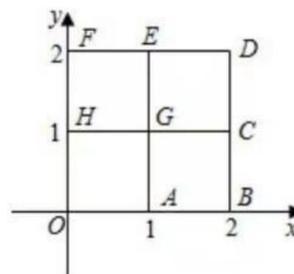
14. 如图, 点  $A$ 、 $B$  在  $y = \frac{1}{4}x^2$  的图象上. 已知  $A$ 、 $B$  的横坐标分别为  $-2$ 、 $4$ , 连接  $OA$ 、 $OB$ . 若函数  $y = \frac{1}{4}x^2$  的图象上存在点  $P$ , 使  $\triangle PAB$  的面积等于  $\triangle AOB$  的面积的一半, 则这样的点  $P$  共有\_\_\_\_\_个.



第 14 题图



第 15 题图



第 16 题图

15. 已知二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 的图象如图所示, 有下列结论:  
 ①  $abc < 0$ ; ②  $2a - b > 0$ ; ③  $a + b + c = 0$ ; ④  $8a + c > 0$ ; ⑤ 方程  $ax^2 + bx + c = 0$  的两个根是  $-3$  和  $1$ . 其中结论正确的是\_\_\_\_\_.

16. 如图， $2 \times 2$  网格（每个小正方形的边长为 1）中有  $A, B, C, D, E, F, G, H, O$  九个格点，抛物线  $l$  的解析式为  $y = (-1)^n x^2 + bx + c$  ( $n$  为整数)。

- (1) 若  $n$  为偶数，且抛物线  $l$  经过点  $A(1,0)$  和  $B(2,0)$ ，抛物线  $l$  还经过网格上的\_\_\_\_点；  
 (3) 若  $l$  经过这九个格点中的三个，则所有满足这样条件的抛物线条数有\_\_\_\_条。

### 三、简答题.

17. 解方程：(1)  $x^2 - 4x - 5 = 0$ ; (2)  $x^2 - 3x + 1 = 0$ .

18. 小马与小郭两位同学解方程  $3(x-3) = (x-3)^2$  的过程如下表：

小马：	小郭：
两边同除以 $(x-3)$ ，得 $3 = x - 3$ ， 则 $x = 6$ .	移项，得 $3(x-3) - (x-3)^2 = 0$ ， 提取公因式，得 $(x-3)(3-x-3) = 0$ . 则 $x-3=0$ 或 $3-x-3=0$ ， 解得 $x_1 = 3, x_2 = 0$ .

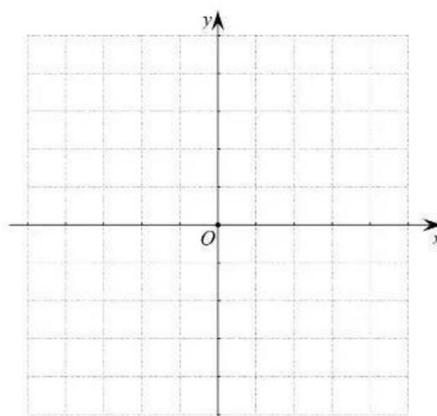
- (1) 你认为他们的解法是否正确？若正确，请在对应的括号内打“√”；若错误，请在对应的括号内打“×”：小马 ( )，小郭 ( )；  
 (2) 写出你的解答过程.

19. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 4mx + 3m^2 = 0$ .

- (1) 求证：该方程总有两个实数根；  
 (2) 若  $m > 0$ ，且该方程的两个实数根的差为 2，求  $m$  的值.

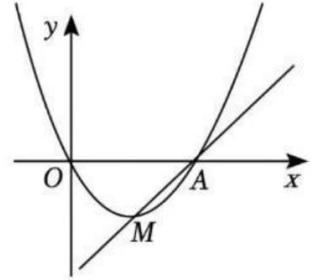
20. 已知抛物线  $y = a(x-1)^2 + k$  经过点  $(0, -3)$  和  $(3, 0)$ .

- (1) 求  $a, k$  的值；  
 (2) 列表并画出函数图像；  
 (3) 将该抛物线向上平移 2 个单位长度，再向右平移 1 个单位长度，得到新的抛物线，直接写出新的抛物线相应的函数表达式.



21. 如图，已知过原点的抛物线  $y = 2x^2 + mx$  与  $x$  轴交于另一点  $A(2, 0)$ .

- (1) 求  $m$  的值和抛物线顶点  $M$  的坐标;
- (2) 根据图象，直接写出不等式  $2x^2 + mx > 2x - 4$  的解集.

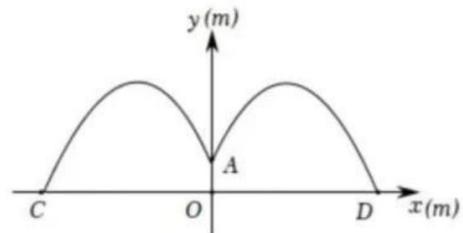


22. 某商店经销一种双肩包，已知这种双肩包的成本价为每个 30 元. 市场调查发现，这种双肩包每天的销售量  $y$  (单位: 个) 与销售单价  $x$  (单位: 元) 有如下关系:  $y = -x + 60$  ( $30 \leq x \leq 60$ ). 设这种双肩包每天的销售利润为  $w$  元.

- (1) 求  $w$  与  $x$  之间的函数表达式;
- (2) 如果物价部门规定这种双肩包的销售单价不高于 48 元，该商店销售这种双肩包每天要获得 200 元的销售利润，销售单价应定为多少元?
- (3) 这种双肩包销售单价定为多少元时，每天的销售利润最大? 最大利润是多少元?

23. 某游乐场的圆形喷水池中心  $O$  有一雕塑  $OA$ ，从  $A$  点向四周喷水，喷出的水柱为抛物线，且形状相同. 如图，以水平方向为  $x$  轴，点  $O$  为原点建立直角坐标系，点  $A$  在  $y$  轴上， $x$  轴上的点  $C$ ， $D$  为水柱的落水点，水柱所在抛物线 (第一象限部分) 的函数表达式为  $y = -\frac{1}{6}(x-5)^2 + 6$ .

- (1) 求雕塑高  $OA$ ;
- (2) 求落水点  $C$ ， $D$  之间的距离;
- (3) 若需要在  $OD$  上的点  $E$  处竖立一尊高 3 米的雕塑  $EF$ ，且  $OE = 9m$ ，那么雕塑顶部  $F$  是否会碰到水柱? 请通过计算说明.



24. 已知关于  $x$  的二次函数  $y_1 = x^2 + bx + c$  (实数  $b, c$  为常数).

- (1) 若二次函数的图象经过点  $(0, 4)$ , 对称轴为  $x = 1$ , 求此二次函数的表达式;
- (2) 若  $b^2 - c = 0$ , 当  $b - 3 \leq x \leq b$  时, 二次函数的最小值为 21, 求  $b$  的值;
- (3) 记关于  $x$  的二次函数  $y_2 = 2x^2 + x + m$ , 若在 (1) 的条件下, 当  $0 \leq x \leq 1$  时, 总有  $y_2 \geq y_1$ , 求实数  $m$  的最小值.

25. 已知  $\angle ABC = 60^\circ$ , 点  $F$  在直线  $BC$  上, 以  $AF$  为边作等边  $\triangle AFE$  (要求点  $A, F, E$  为逆时针顺序), 过点  $E$  作  $ED \perp AB$  于点  $D$ . 请解答下列问题:

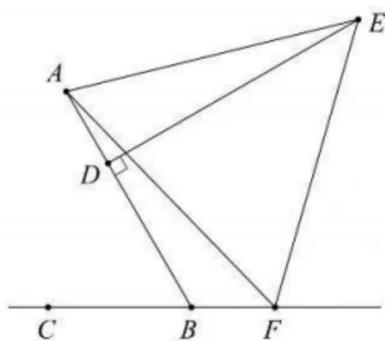


图 1

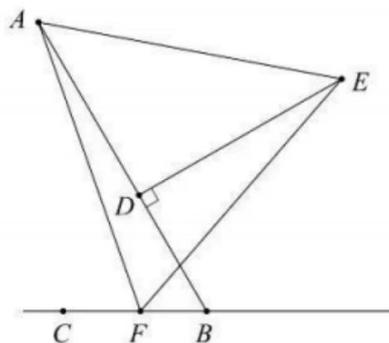


图 2

- (1) 当点  $F$  在图 1 位置时, 求证:  $AD + BF = BD$ ;
- (2) 当点  $F$  在图 2 位置时, 请直接写出线段  $AD, BF, BD$  的数量关系;
- (3) 当点  $F$  在图 3 位置时, 补全图形并直接写出线段  $AB, BF, BD$  的数量关系.

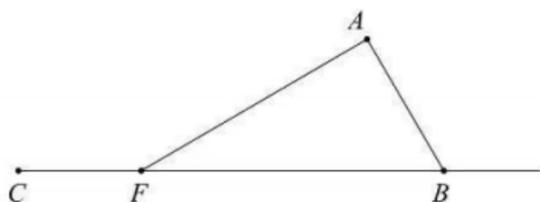


图 3

26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 对于点  $P(a,b)$  和点  $Q(a,b')$ , 给出如下定义:

若  $b' = \begin{cases} b+1, a \geq 1 \\ -b, a < 1 \end{cases}$ , 则称点  $Q$  为点  $P$  的勤学点. 例如: 点  $(2,3)$  的勤学点的坐标是  $(2,4)$ , 点

$(-2,5)$  的勤学点的坐标是  $(-2,-5)$ .

(1) ①点  $(-\sqrt{3},1)$  的勤学点的坐标是\_\_\_\_\_;

②点  $A(2,a)$  是函数  $y=4x$  图像上某一个点的勤学点, 则  $a$  的值为\_\_\_\_\_;

(2) 若点  $P$  在函数  $y=x+2$  ( $k \leq x < 3, -7 < k < 3$ ) 的图象上, 求其勤学点  $Q$  的纵坐标  $b'$  的取值范围 (结果可用含  $k$  的代数式表示);

(3) 若点  $P$  在关于  $x$  的二次函数  $y=-x^2+2tx-t^2+t$  的图象上, 其勤学点  $Q$  的纵坐标  $b'$  的取值范围是  $b' > m$  或  $b' \leq n$ , 其中  $m > n$ . 令  $s=m-n$ , 直接写出  $s$  关于  $t$  的函数解析式及  $t$  的取值范围.

北京四中 10 月参考答案

一、选择

1-8 AABA CDBA

8. 提示: 将  $y = -\frac{1}{2}x + 2$  与  $y = \frac{1}{2}x$  联立得: 
$$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 2 \\ y = \frac{1}{2}x \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}.$$

$\therefore$  点  $D$  的坐标为  $(2, 1)$ .

由抛物线的解析式可知抛物线的顶点坐标为  $(h, k)$ .

将  $x = h, y = k$ , 代入得  $y = \frac{1}{2}x$  得:  $\frac{1}{2}h = k$ , 解得  $k = \frac{1}{2}h$ ,

$\therefore$  抛物线的解析式为  $y = (x - h)^2 + \frac{1}{2}h$ .

当抛物线经过点  $C$  时.

将  $C(0, 0)$  代入  $y = (x - h)^2 + \frac{1}{2}h$  得:  $h^2 + \frac{1}{2}h = 0$ , 解得:  $h_1 = 0$  (舍去),  $h_2 = -\frac{1}{2}$ .

当抛物线经过点  $D$  时.

将  $D(2, 1)$  代入  $y = (x - h)^2 + \frac{1}{2}h$  得:  $(2 - h)^2 + \frac{1}{2}h = 1$ , 整理得:  $2h^2 - 7h + 6 = 0$ , 解得:

$h_1 = 2, h_2 = \frac{3}{2}$  (舍去).

综上所述,  $h$  的范围是  $-\frac{1}{2} \leq h \leq 2$ .

二、填空

9.  $(x - 3)^2 = 4$       10. 0 或 4      11.  $m \leq 2$       12.  $100(x + 1)^2 = 121$

13. 2      14. 4 个      15. ①③④⑤      16.  $F$  点, 8 条

16. 提示: (1)  $n$  为偶数时,  $y = x^2 + bx + c$ ,  $l$  经过点  $A(1, 0)$  和  $B(2, 0)$ ,

$\therefore \begin{cases} 1 + b + c = 0 \\ 4 + 2b + c = 0 \end{cases}$ , 解得  $\begin{cases} b = -3 \\ c = 2 \end{cases}$ ,  $\therefore$  抛物线解析式为  $y = x^2 - 3x + 2$ ,

当  $x = 0$  时,  $y = 2$ ,  $\therefore$  点  $F(0, 2)$  在抛物线上,  $\therefore$  抛物线还经过网格上的  $F$  点;

(2) 所有满足条件的抛物线共有 8 条.

当  $n$  为奇数时, 由 (1) 中的抛物线平移又得到 3 条抛物线, 如答图 3-1 所示;

当  $n$  为偶数时, 由 (2) 中的抛物线平移又得到 3 条抛物线, 如答图 3-2 所示.

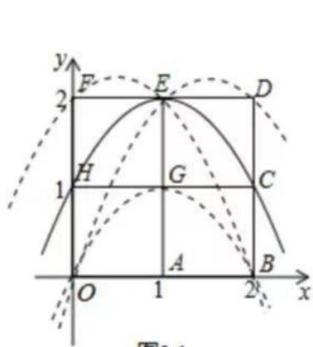


图3-1

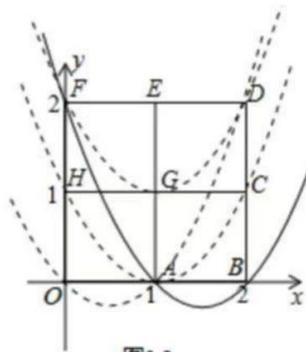


图3-2

三、解答题

17. (1) 5, -1                      (2)  $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$

18. 小马×, 小郭×,  $x=3,6$

19. (1) 证明:  $\because a=1, b=-4m, c=3m^2,$

$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = (-4m)^2 - 4 \times 1 \times 3m^2 = 4m^2.$

$\therefore$  无论  $m$  取何值时,  $4m^2 \geq 0$ , 即  $\Delta \geq 0$ ,

$\therefore$  原方程总有两个实数根.

(2) 解:  $\because x^2 - 4mx + 3m^2 = 0$ , 即  $(x-m)(x-3m) = 0$ ,

$\therefore x_1 = m, x_2 = 3m.$

$\because m > 0$ , 且该方程的两个实数根的差为 2,  $\therefore 3m - m = 2, \therefore m = 1.$

20. (1)  $a=1, k=-4$ ; (2) 略; (3)  $y = (x-2)^2 - 2$

21. (1)  $m=-4, M(1,-2)$ ; (2)  $x < 1$  或  $x > 2$

22. 解: (1)  $w = (x-30) \cdot y = (-x+60)(x-30) = -x^2 + 30x + 60x - 1800 = -x^2 + 90x - 1800,$

$w$  与  $x$  之间的函数解析式  $w = -x^2 + 90x - 1800 (30 \leq x \leq 60)$ ;

(2) 当  $w = 200$  时,  $-x^2 + 90x - 1800 = 200$ , 解得  $x_1 = 40, x_2 = 50,$

$\because 50 > 48, x_2 = 50$  不符合题意, 舍,

答: 该商店销售这种双肩包每天要获得 200 元的销售利润, 销售单价应定为 40 元;

(3) 根据题意得:  $w = -x^2 + 90x - 1800 = -(x-45)^2 + 225,$

当  $x=45$  时,  $w$  有最大值, 最大值是 225.

23. (1)  $OA=\frac{11}{6}$ ; (2)  $CD=22$ ; (3)  $F(9, \frac{10}{3})$  不会碰水.

24.解: (1) 二次函数的图象经过点  $(0,4)$ ,  $\therefore c=4$ ;

对称轴为直线:  $x=-\frac{b}{2}=1$ ,  $\therefore b=-2$ ,

$\therefore$  此二次函数的表达式为:  $y_1=x^2-2x+4$ .

(2) 当  $b^2-c=0$  时,  $b^2=c$ , 此时函数的表达式为:  $y_1=x^2+bx+b^2$ ,

根据题意可知, 需要分三种情况:

① 当  $b < -\frac{b}{2}$ , 即  $b < 0$  时, 二次函数的最小值在  $x=b$  处取到;

$\therefore b^2+b^2+b^2=21$ , 解得  $b_1=-\sqrt{7}$ ,  $b_2=\sqrt{7}$  (舍去);

②  $b-3 > -\frac{b}{2}$ , 即  $b > 2$  时, 二次函数的最小值在  $x=b-3$  处取到;

$\therefore (b-3)^2+b(b-3)+b^2=21$ , 解得  $b_3=4$ ,  $b_4=-1$  (舍去);

③  $b-3 \leq -\frac{b}{2} \leq b$ , 即  $0 \leq b \leq 2$  时, 二次函数的最小值在  $x=-\frac{b}{2}$  处取到;

$\therefore (-\frac{b}{2})^2+b \cdot (-\frac{b}{2})+b^2=21$ , 解得  $b=\pm 2\sqrt{7}$  (舍去).

综上所述,  $b$  的值为  $-\sqrt{7}$  或 4.

(3) 由 (1) 知, 二次函数的表达式为:  $y_1=x^2-2x+4$ ,

对称轴为直线:  $x=1$ ,  $\therefore$  当  $0 \leq x \leq 1$  时,  $y$  随  $x$  的增大而减小, 且最大值为 4;

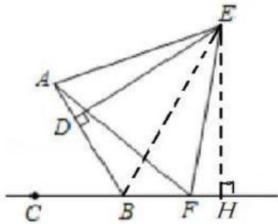
二次函数  $y_2=2x^2+x+m$  的对称轴为直线:  $x=-\frac{1}{4}$ , 且  $2 > 0$ ,

$\therefore$  当  $0 \leq x \leq 1$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大, 且最小值为  $m$ ,

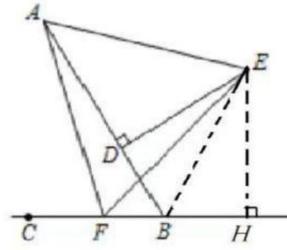
当  $0 \leq x \leq 1$  时, 总有  $y_2 \geq y_1$ ,  $\therefore m \geq 4$ , 即  $m$  的最小值为 4.

25. (1) 如图, 证  $\triangle ADE \cong \triangle FHE$ ,  $\triangle BDE \cong \triangle BHE$ , 则  $BD = BH = FH + BF = AD + BF$ ;

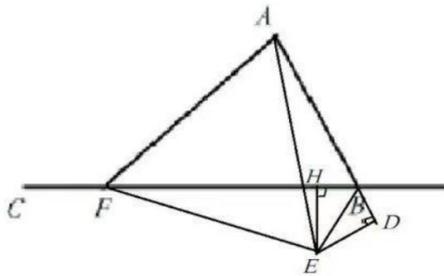
(2)  $BD = AD - BF$ ;



图①



图②



(3)  $AB + 2BD = BF$ .

26. (1) ①  $(-\sqrt{3}, -1)$ ; ② 9

(2) 当  $1 \leq k < 3$  时,  $k + 3 \leq b' < 6$ ;

当  $-6 < k < 1$  时,  $-3 < b' \leq -k - 2$  或  $4 \leq b' < 6$ ;

当  $-7 < k \leq -6$  时,  $-3 < b' < 6$ .

(3)  $s = t^2 - 4t, t > 4$ .